# 20. Invariants de boucles

**Exemple 1.** Calcul de $2^n$.

**Début**
  $p \leftarrow 1$
  **Pour** $k$ **allant de** $1$ **à** $n$ **faire**
    $p \leftarrow 2p$
  **FinPour**
  **Afficher** $p$
**Fin**

À la fin de chaque itération, $p$ est égal à $2^k$, donc après la $n$-ième itération $p$ vaut $2^n$.

**Exercice 1.**

1. Écrire un algorithme utilisant une boucle pour permettant de calculer $n!$ .
2. Montrer que l'algorithme produit le résultat attendu.

**Exercice 2.**

1. Écrire un algorithme utilisant une boucle pour permettant de calculer la somme des valeurs d'un tableau de nombres.
2. Montrer que l'algorithme produit le résultat attendu.

**Exercice 3.** Division euclidienne de $a$ par $b$.

**Fonction**: division$(a, b)$
**Action**: Calcule le quotient $q$ et le reste $r$ de la division euclidienne de l'entier $a$ par l'entier $b$
**Début**
  $q \leftarrow 0$
  $r \leftarrow a$
  **TantQue** $r \geqslant b$ **faire**
    $r \leftarrow r - b$
    $q \leftarrow q + 1$
  **FinTantQue**
  **Renvoyer** $q$,$r$
**Fin**

1. Détailler le fonctionnement de l'algorithme pour l'entrée $(a = 17, b = 5)$.
2. Montrer que si $b > 0$, la boucle tant que se termine.
3. Montrer qu'à la fin de chaque itération $a$ est égal à $bq + r$, en déduire que l'algorithme produit le résultat atendu.

**Exercice 4.**

1. Écrire un algorithme utilisant une boucle tant que permettant de calculer le plus grand entier dont le carré est inférieur ou égal à un entier $n$ .
2. Montrer que l'algorithme se termine.
3. Montrer que l'algorithme produit le résultat attendu.