

## 15. Recherche du zéro d'une fonction

Nous utiliserons dans ce TP l'environnement de développement Spyder.

**Exemple 1.** Fonction *lambda* en Python.

```
>>> f=lambda x:x*x-2
>>> f(3)
7
```

**Exemple 2.** Encadrement par dichotomie du zéro d'une fonction continue strictement monotone.

```
Fonction: zero(f, a, b, e)
Action: Encadrement d'amplitude e du zéro d'une fonction f sur l'intervalle [a; b]
Début
  | u ← a
  | v ← b
  | TantQue v - u > e faire
  | | w ←  $\frac{u+v}{2}$ 
  | | Si f(u)f(w) > 0 alors
  | | | u ← w
  | | sinon
  | | | v ← w
  | | FinSi
  | FinTantQue
  | Renvoyer u,v
Fin
```

**Exercice 1.** Écrire un programme en langage Python permettant de déterminer par dichotomie un encadrement d'amplitude  $e$  du zéro d'une fonction  $f$  continue et strictement monotone sur l'intervalle  $[a, b]$ . (on bloquera le nombre d'itérations de la boucle while par sécurité)

**Exercice 2.** Utiliser le programme précédent pour déterminer un encadrement d'amplitude  $10^{-5}$  du zéro de la fonction  $f : x \mapsto x^2 - 2$  sur l'intervalle  $[1; 2]$ .

**Exercice 3.** Utiliser le programme précédent pour déterminer un encadrement d'amplitude  $10^{-5}$  de l'unique solution réelle de l'équation  $x^3 = x + 1$ .

**Exercice 4.** Écrire un programme en langage Python permettant de déterminer le terme d'indice  $n$  de la suite  $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$  définie par

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_1 = b \\ u_{k+2} = u_{k+1} - f(u_{k+1}) \frac{u_{k+1} - u_k}{f(u_{k+1}) - f(u_k)} \end{cases} .$$

Utiliser ce programme pour calculer une valeur approchée des premiers termes de la suite  $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$  associée aux fonctions  $x \mapsto x^2 - 2$  puis  $x \mapsto x^3 - x - 1$  sur l'intervalle  $[a = 1; b = 2]$ .