

V. Tableaux

1 Tableaux à une dimension

Définition 1. Un tableau informatique associe à un nom une suite d'éléments accessibles par leur indice, on peut lui appliquer la fonction longueur qui permet d'obtenir la longueur du tableau.

Remarque 1. À la différence d'une liste, la taille d'un tableau est immuable et définie lors de sa déclaration.

Remarque 2. Nous utiliserons les conventions suivantes :

- on représente un tableau par un tableau horizontal.
- les éléments d'un tableau t sont notés $t_0, t_1, \dots, t_{\text{longueur}(t)-1}$

Exemple 1. Création d'un tableau de zéros de taille n .

```

Fonction: zeros( $n$ )
Action: Construction d'un tableau de zéros de taille  $n$ 
Début
  |  $t$  : tableau de taille  $n$ 
  | Pour  $k$  allant de 0 à  $n - 1$  faire
  |   |  $t_k \leftarrow 0$ 
  | FinPour
  | Renvoyer  $t$ 
Fin
    
```

	valeur de t				
<i>Début</i>				...	
$k = 0$	0			...	
$k = 1$	0	0		...	
$k = 2$	0	0	0	...	
\vdots				\vdots	
$k = n - 1$	0	0	0	...	0
<i>Fin</i>	0	0	0	...	0

Exercice 1. Écrire une fonction permettant de construire le tableau des entiers de 1 à n .

Exemple 2. Conversion d'un tableau en liste.

```

Fonction: liste( $t$ )
Action: Conversion du tableau  $t$  en une liste  $l$ 
Début
  |  $l \leftarrow []$ 
  | Pour  $k$  allant de 0 à  $\text{longueur}(t) - 1$  faire
  |   | Ajout de  $t_k$  à la liste  $l$ 
  | FinPour
  | Renvoyer  $l$ 
Fin
    
```

Exercice 2. Écrire une fonction permettant de convertir une liste en tableau.

Exercice 3. Écrire une fonction permettant de tester la présence d'une valeur dans un tableau.

Exemple 3. Concaténation de tableaux.

```

Fonction: concatenation(a, b)
Action: Concaténation des tableaux a et b
Début
  | t : tableau de taille longueur(a) + longueur(b)
  | Pour k allant de 0 à longueur(a) - 1 faire
  | | tk ← ak
  | FinPour
  | Pour k allant de 0 à longueur(b) - 1 faire
  | | tlongueur(a)+k ← bk
  | FinPour
  | Renvoyer t
Fin
    
```

Exercice 4. Écrire une fonction permettant de construire le tableau des éléments d'indices pairs d'un tableau donné puis construire une fonction permettant de construire le tableau des éléments d'indices impairs d'un tableau donné.

2 Tableaux à deux dimensions

Définition 2. On appelle tableau à deux dimensions de taille n,p un tableau de taille n de tableaux de taille p.

Remarque 3. Pour un tableau t à deux dimensions, on notera t_{ij} l'élément d'indice j du tableau t_i.

Remarque 4. Un tableau de nombres de taille n,p permet de représenter une matrice à n lignes et p colonnes.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 11 & 13 \end{pmatrix}$$

2	3	5	7	11	13
---	---	---	---	----	----

Exemple 4. Création d'un tableau de zéros de taille n,p.

```

Fonction: zeros(n, p)
Action: Construction d'un tableau de zéros de taille n, p
Début
  | t : tableau de taille n, p
  | Pour k allant de 0 à n - 1 faire
  | | Pour l allant de 0 à p - 1 faire
  | | | tkl ← 0
  | | FinPour
  | FinPour
  | Renvoyer t
Fin
    
```

Exercice 5. Écrire une fonction permettant de générer le tableau des neuf premiers multiples des entiers de 1 à 9.

Exercice 6. Écrire une fonction permettant de calculer la somme des valeurs d'un tableau de nombres à deux dimensions.

3 Recherche par dichotomie dans un tableau trié

Exemple 5. *Indice de la première occurrence d'une valeur dans un tableau.*

Fonction: $\text{PremierIndice}(v, t)$

Action: Détermination de la première occurrence d'une valeur v dans un tableau t

Début

Pour k allant de 0 à $\text{longueur}(t) - 1$ **faire**

Si $t_k = v$ **alors**

Renvoyer k

FinSi

FinPour

Renvoyer -1

Fin

Exercice 7. Décrire au moyen d'un tableau indiquant l'évolution des valeurs des variables le fonctionnement de l'algorithme précédent pour la valeur 6 et le tableau

1	1	2	3	3	6	6	6	7	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

.

Exemple 6. *Indice d'occurrence d'une valeur dans un tableau de nombres trié en ordre croissant*

Fonction: $\text{Indice}(v, t)$

Action: Détermination d'un indice d'occurrence d'une valeur v dans un tableau de nombres t trié en ordre croissant

Début

$a \leftarrow 0$

$b \leftarrow \text{longueur}(t) - 1$

TantQue $a \leq b$ **faire**

$c \leftarrow \lfloor \frac{a+b}{2} \rfloor$

Si $t_c = v$ **alors**

Renvoyer c

sinon

Si $t_c < v$ **alors**

$a \leftarrow c + 1$

sinon

$b \leftarrow c - 1$

FinSi

FinSi

FinTantQue

Renvoyer -1

Fin

Exercice 8. Décrire au moyen d'un tableau indiquant l'évolution des valeurs des variables le fonctionnement de l'algorithme précédent pour la valeur 6 et le tableau

1	1	2	3	3	6	6	6	7	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

.

Exercice 9. Montrer que la fonction `Indice` ne fonctionne plus si on remplace l'instruction $a \leftarrow c + 1$ par l'instruction $a \leftarrow c$. (on pourra considérer un tableau de longueur 2)

Exercice 10. Montrer que la fonction `Indice` ne fonctionne plus si on remplace l'instruction $b \leftarrow c - 1$ par l'instruction $b \leftarrow c$. (on pourra considérer un tableau de longueur 1)

Exercices supplémentaires

Exercice 11. *Créer une bibliothèque permettant le calcul vectoriel dans \mathbb{R}^n : produit d'un vecteur par un scalaire, somme de deux vecteurs, produit scalaire de deux vecteurs et norme d'un vecteur. (on représente un vecteur de \mathbb{R}^n par le tableau de ses coordonnées)*

Exercice 12. *Écrire une fonction permettant de calculer la valeur d'un polynôme en un point donné. (on représente un polynôme par le tableau de ses coefficients)*

Exercice 13. *Écrire une fonction permettant de calculer le produit de deux polynômes. (on représente un polynôme par le tableau de ses coefficients)*

Exercice 14. *Écrire une fonction permettant de construire le tableau des colonnes d'une matrice. (on représente une matrice par le tableau de ses lignes)*

Exercice 15. *Écrire une fonction permettant de construire le tableau des sommes de chacune des lignes d'une matrice. (on représente une matrice par le tableau de ses lignes)*

Exercice 16. *Écrire une fonction permettant de construire le tableau des sommes de chacune des colonnes d'une matrice. (on représente une matrice par le tableau de ses lignes)*

Exercice 17. *Écrire une fonction permettant, en mettant ses éléments bout à bout, de convertir un tableau à deux dimensions en un tableau à une dimension.*

Exercice 18. *Écrire une fonction permettant de construire le tableau associé à la matrice*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & \dots & \\ 3 & 5 & & & \\ 6 & & & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ & & & & n^2 \end{pmatrix}.$$

(on représente une matrice par le tableau de ses lignes)

Réponses

- 1) **Fonction:** entiers(n)
Action: Construction du tableau des entiers de 1 à n
Début
 t : tableau de taille n
Pour k allant de 0 à $n - 1$ faire
 | $t_k \leftarrow k + 1$
FinPour
Renvoyer t
Fin
- 2) **Fonction:** tableau(l)
Action: Conversion de la liste l en un tableau t
Début
 t : tableau de taille longueur(l)
Pour k allant de 0 à longueur(l) - 1 faire
 | $t_k \leftarrow l_k$
FinPour
Renvoyer t
Fin
- 3) **Fonction:** appartenance(v, t)
Action: Test de l'appartenance de la valeur v au tableau t
Début
 $B \leftarrow$ Faux
 $k \leftarrow 0$
TantQue $NON(B)$ ET $k < \text{longueur}(t)$ faire
 | **Si** $t_k = v$ alors
 | $B \leftarrow$ Vrai
 | **sinon**
 | $k \leftarrow k + 1$
 | **FinSi**
FinTantQue
Renvoyer B
Fin
- 4) **Fonction:** pair(T)
Action: Construction du tableau t des éléments d'indices pairs du tableau T
Début
 t : tableau de taille $\lfloor \frac{\text{longueur}(T)+1}{2} \rfloor$
Pour k allant de 0 à longueur(t) - 1 faire
 | $t_k \leftarrow T_{2k}$
FinPour
Renvoyer t
Fin
- Fonction:** impair(T)
Action: Construction du tableau t des éléments d'indices impairs du tableau T
Début
 t : tableau de taille $\lfloor \frac{\text{longueur}(T)}{2} \rfloor$
Pour k allant de 0 à longueur(t) - 1 faire
 | $t_k \leftarrow T_{2k+1}$
FinPour
Renvoyer t
Fin
- 5) **Fonction:** tables()
Action: Construction du tableau des neuf premiers multiples des entiers de 1 à 9
Début
 t : tableau de taille 9, 9
Pour k allant de 0 à 8 faire
 | **Pour** l allant de 0 à 8 faire
 | $t_{kl} \leftarrow (k + 1)(l + 1)$
 | **FinPour**
FinPour
Renvoyer t
Fin

```

Fonction: somme( $t$ )
Action: Calcul de la somme des valeurs du tableau à deux dimensions  $t$ 
Début
   $s \leftarrow 0$ 
  Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $t$ ) - 1 faire
    Pour  $l$  allant de 0 à longueur( $t_k$ ) - 1 faire
       $s \leftarrow s + t_{kl}$ 
    FinPour
  FinPour
  Renvoyer  $s$ 
Fin
    
```

6)

valeur de k	$t_k = 6$
0	Faux
1	Faux
2	Faux
3	Faux
4	Faux
5	Vrai

7)

$t_c = 6$	$t_c < 6$	valeur de a	valeur de b	valeur de c
Faux	Vrai	0	9	4
Vrai		5	9	7

8)

- 9) Pour un tableau t de longueur 2 avec $t_0 < v$, on obtient une boucle infinie car a , b et c demeurent égaux à 0, 1 et 0.
- 10) Pour un tableau t de longueur 1 avec $t_0 > v$, on obtient une boucle infinie car a , b et c demeurent égaux à 0, 0 et 0.

```

Fonction: produit( $u, \lambda$ )
Action: Calcul du produit du vecteur  $u$  par le scalaire  $\lambda$ 
Début
   $t$  : tableau de taille longueur( $u$ )
  Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $t$ ) - 1 faire
     $t_k = \lambda u_k$ 
  FinPour
  Renvoyer  $t$ 
Fin
    
```

11)

```

Fonction: somme( $u, v$ )
Action: Calcul de la somme des vecteurs  $u$  et  $v$ 
Début
   $t$  : tableau de taille longueur( $u$ )
  Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $t$ ) - 1 faire
     $t_k = u_k + v_k$ 
  FinPour
  Renvoyer  $t$ 
Fin
    
```

```

Fonction: ps( $u, v$ )
Action: Calcul du produit scalaire des vecteurs  $u$  et  $v$ 
Début
   $s \leftarrow 0$ 
  Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $u$ ) - 1 faire
     $s \leftarrow s + u_k v_k$ 
  FinPour
  Renvoyer  $s$ 
Fin
    
```

```

Fonction: norme( $u$ )
Action: Calcul de la norme du vecteur  $u$ 
Début
  Renvoyer  $\sqrt{\text{ps}(u, u)}$ 
Fin
    
```

```

12) Fonction: valeur( $P, x$ )
    Action: Calcul de la valeur du polynôme  $P$  au point  $x$ 
    Début
    |  $s \leftarrow 0$ 
    | Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $P$ ) - 1 faire
    | |  $s \leftarrow s + P_k x^k$ 
    | FinPour
    | Renvoyer  $s$ 
    Fin
    
```

```

13) Fonction: produit( $P, Q$ )
    Action: Calcul du produit des polynômes  $P$  et  $Q$ 
    Début
    |  $t$  : tableau de taille longueur( $P$ ) + longueur( $Q$ ) - 1
    | Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $t$ ) - 1 faire
    | |  $t_k \leftarrow 0$ 
    | FinPour
    | Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $P$ ) - 1 faire
    | | Pour  $l$  allant de 0 à longueur( $Q$ ) - 1 faire
    | | |  $t_{k+l} = t_{k+l} + P_k Q_l$ 
    | | | FinPour
    | | FinPour
    | Renvoyer  $t$ 
    Fin
    
```

```

14) Fonction: colonnes( $M$ )
    Action: Construction du tableau  $t$  des colonnes de la matrice  $M$ 
    Début
    |  $t$  : tableau de taille longueur( $M_0$ ), longueur( $M$ )
    | Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $M_0$ ) - 1 faire
    | | Pour  $l$  allant de 0 à longueur( $M$ ) - 1 faire
    | | |  $t_{kl} = M_{lk}$ 
    | | | FinPour
    | | FinPour
    | Renvoyer  $t$ 
    Fin
    
```

```

15) Fonction: sommesdeslignes( $M$ )
    Action: Construction du tableau  $t$  des sommes des lignes de la matrice  $M$ 
    Début
    |  $t$  : tableau de taille longueur( $M$ )
    | Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $M$ ) - 1 faire
    | |  $t_k = 0$ 
    | | Pour  $l$  allant de 0 à longueur( $M_k$ ) - 1 faire
    | | |  $t_k = t_k + M_{kl}$ 
    | | | FinPour
    | | FinPour
    | Renvoyer  $t$ 
    Fin
    
```

```

16) Fonction: sommesdescolonnes( $M$ )
    Action: Construction du tableau  $t$  des sommes des colonnes de la matrice  $M$ 
    Début
    |  $t$  : tableau de taille longueur( $M[0]$ )
    | Pour  $l$  allant de 0 à longueur( $M[0]$ ) - 1 faire
    | |  $t_l = 0$ 
    | | Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $M$ ) - 1 faire
    | | |  $t_l = t_l + M_{kl}$ 
    | | | FinPour
    | | FinPour
    | Renvoyer  $t$ 
    Fin
    
```

```

17) Fonction: conversion( $T$ )
    Action: Conversion du tableau  $T$  à deux dimensions en un tableau  $t$  à une dimension
    Début
    |  $t$  : tableau de taille longueur( $M$ ) × longueur( $M_0$ )
    | Pour  $k$  allant de 0 à longueur( $M$ ) - 1 faire
    | | Pour  $l$  allant de 0 à longueur( $M_0$ ) - 1 faire
    | | |  $t_{k \times \text{longueur}(M_0) + l} = M_{kl}$ 
    | | | FinPour
    | | FinPour
    | Renvoyer  $t$ 
    Fin
    
```

18)

```

Fonction: entiers( $n$ )
Action: Construction de la matrice carrée  $t$  des entiers de 1 à  $n^2$ 
Début
  |  $t$  : tableau de taille  $n, n$ 
  | Pour  $i$  allant de 1 à  $n^2$  faire
  |   |  $t_{kl} \leftarrow i$ 
  |   | Si  $l = 0$  alors
  |   |   | Si  $k = n - 1$  alors
  |   |   |   |  $l \leftarrow n - 1$ 
  |   |   |   |  $k \leftarrow 1$ 
  |   |   |   | sinon
  |   |   |   |   |  $l \leftarrow k + 1$ 
  |   |   |   |   |  $k \leftarrow 0$ 
  |   |   |   | FinSi
  |   |   | sinon
  |   |   |   | Si  $k = n - 1$  alors
  |   |   |   |   |  $k \leftarrow l + 1$ 
  |   |   |   |   |  $l \leftarrow n - 1$ 
  |   |   |   |   | sinon
  |   |   |   |   |   |  $k \leftarrow k + 1$ 
  |   |   |   |   |   |  $l \leftarrow l - 1$ 
  |   |   |   |   | FinSi
  |   |   |   | FinSi
  |   |   | FinSi
  |   | FinPour
  |   | Renvoyer  $t$ 
  | Fin
    
```

ou explicitement :

```

Fonction:  $f(k, l)$ 
Début
  | Renvoyer  $1 + k + \frac{(k+l)(k+l+1)}{2}$ 
Fin
Fonction: entiers( $n$ )
Action: Construction de la matrice carrée  $t$  des entiers de 1 à  $n^2$ 
Début
  |  $t$  : tableau de taille  $n, n$ 
  | Pour  $k$  allant de 0 à  $n - 1$  faire
  |   | Pour  $l$  allant de 0 à  $n - 1$  faire
  |   |   | Si  $k + l < n$  alors
  |   |   |   |  $t_{kl} \leftarrow f(k, l)$ 
  |   |   |   | sinon
  |   |   |   |   |  $t_{kl} \leftarrow n^2 + 1 - f(n - 1 - k, n - 1 - l)$ 
  |   |   |   | FinSi
  |   |   | FinPour
  |   | FinPour
  | Renvoyer  $t$ 
Fin
    
```