Forme canonique d'un trinôme du second degré

On appelle trinôme du second degré une expression littérale de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Factoriser en une étape à l'aide des identités remarquables

On rappelle les trois identités remarquables :

$$
\begin{aligned}
(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 && (1)\\
(a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 && (2)\\
a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b) && (3)
\end{aligned}
$$

En utilisant dans chaque cas l'une de ces égalités, factoriser chacun des trinômes suivants :

$$
\begin{array}{ccccc}
x^2 - 4 & x^2 - 2x + 1 & x^2 + 4x + 4 & 4x^2 - 9 & x^2 + 10x + 25 \\
x^2 - 6x + 9 & x^2 - 5 & 4x^2 - 4x + 1 & 9x^2 + 12x + 4 & x^2 + 2\sqrt{5}x + 5
\end{array}
$$

Factoriser en deux étapes à l'aide des identités remarquables

On considère le trinôme suivant : $x^2 + 6x + 8$.
- Écrire ce trinôme sous la forme $(x + \dots)^2 - (\dots)^2$.
- En déduire une factorisation du trinôme.

En utilisant cette technique, factoriser chacun des trinômes suivants :

$$
\begin{array}{ccc}
x^2 + 6x + 5 & x^2 + 4x - 5 & 4x^2 + 4x - 3 \\
x^2 + 4x + 1 & x^2 - 6x + 7 & 4x^2 - 4x - 4
\end{array}
$$

Trouver la forme canonique d'un trinôme du second degré

On appelle forme canonique d'un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ son expression sous la forme $a(x - m)^2 + n$ avec $m, n \in \mathbb{R}$.

Trouver la forme canonique de chacun des trinômes suivants :

$$
\begin{array}{ccc}
x^2 + 6x + 13 & x^2 - 2x + 50 & x^2 + 8x + 13 \\
2x^2 + 4x - 23 & 3x^2 - 6x + 7 & 4x^2 - 24x + 31 \\
x^2 + x + \frac{5}{4} & x^2 - 3x - \frac{7}{4} & 2x^2 - 6x + \frac{19}{2}
\end{array}
$$

Résolution des équations de degré 2

Pour chacune des expressions suivantes, commencer par factoriser le membre de gauche puis résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
x^2+6x+9 &= 0\\
x^2-16 &= 0\\
x^2-2x-3 &= 0\\
x^2-3x+4 &= 0\\
2x^2+4x+2 &= 0\\
-2x^2-4x+7 &= 0\\
3x^2-8x-3 &= 0\\
x^2-11x+10 &= 0\\
x^2+x+2 &= 0\\
2x^2-7x+5 &= 0
\end{aligned}$$

Expression générale des solutions de l'équation de degré 2

1. Soit $a(x-m)^2+n$ la forme canonique d'un trinôme du second degré ax^2+bx+c. Exprimer les coefficients m et n en fonction de a, b et c.
2. On pose le discriminant $\Delta = b^2-4ac$ et on suppose $\Delta > 0$. Factoriser la forme canonique et montrer que l'équation $ax^2+bx+c=0$ admet deux solutions x_1 et x_2 que l'on exprimera en fonction de a, b, et Δ.

Résolution des équations de degré 2 à l'aide du discriminant

En utilisant le discriminant et la formule générale donnant les solutions de l'équation de degré 2, résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
2x^2+x-5 &= 0\\
x^2-x+7 &= 0\\
5x^2-7x+1 &= 0\\
x^2+\frac{2}{3}x-5 &= 0
\end{aligned}$$