

Correction du devoir surveillé de mathématiques n°6

Exercice 1

- $u_{n+1} - u_n = [4(n+1) - 3] - [4n - 3] = 4n + 4 - 3 - 4n + 3 = 4 > 0$ donc la suite est croissante.
- $u_{n+1} - u_n = 3(n+1)^2 - 3n^2 = 3(n^2 + 2n + 1) - 3n^2 = 3n^2 + 6n + 3 - 3n^2 = 6n + 3 > 0$ donc la suite est croissante.
- $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)+2} - \frac{1}{n+2} = \frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+2} = \frac{(n+2) - (n+3)}{(n+3)(n+2)} = \frac{n+2-n-3}{(n+3)(n+2)} = \frac{-1}{(n+3)(n+2)} < 0$
donc la suite est décroissante.

Exercice 2

- Placement de 5000€ sur cinq ans à intérêts simples au taux annuel de 6,5% :

$$5000 \times \left(1 + \frac{6,5}{100} \times 5\right) = 5000 \times 1,325 = 6625€$$

- Placement de 5000€ sur cinq ans à intérêts composés au taux annuel de 6% :

$$5000 \times \left(1 + \frac{6}{100}\right)^5 = 5000 \times 1,06^5 = 6691,13€$$

Le client doit choisir la seconde formule car elle rapporte plus.

Exercice 3

- $u_n = u_0 + n \times \text{raison} = 1 + 5n$.
- $u_n = 1386 = 1 + 5n$ d'où $n = \frac{1386 - 1}{5} = 277$.
- (a) D'après la question précédente, le nombre de termes de cette somme est $277 + 1 = 278$ termes.
(b) $S = \frac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2} = \frac{278 \times (1 + 1386)}{2} = 192793$

Exercice 4

- Le montant du loyer en janvier 2015 sera $500 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right)^{11} = 500 \times 1,04^{11} = 769,73€$
- Pour calculer le total des loyers payés par le locataire du premier janvier 2007 au 31 décembre 2015 on utilise la formule donnant la somme des termes d'une suite géométrique :

$$12 \times \frac{\text{premier terme} - \text{raison} \times \text{dernier terme}}{1 - \text{raison}} = 12 \times \frac{500 - 1,04 \times 769,73}{1 - 1,04} = 90155,76€$$

- En 2019 le loyer est de $500 \times 1,04^{12} = 800,52€$ et en 2020 de $500 \times 1,04^{13} = 832,54€$, le total des loyers payés depuis le premier janvier 2007 dépassera 100000€ une fois payé le loyer du mois de janvier 2020 :

$$90155,76 + 12 \times 800,52 + 832,54 = 100594,54€$$