

Symétries d'une courbe représentative d'une fonction

On traitera toute l'activité dans un repère orthonormé du plan.

Axe de symétrie vertical

1. Déterminer les axes de symétrie des courbes représentatives des fonctions suivantes à l'aide de la calculatrice :

$$\begin{aligned}f_1(x) &= x^2 - 2x - 1 \\f_2(x) &= -x^2 - 4x + 2 \\f_3(x) &= \frac{3}{(x+1)^2} - 5 \\f_4(x) &= 5 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

2. Pour chacune des fonctions précédentes calculer les quantités $f(x_0 + h)$ et $f(x_0 - h)$ en fonction de la variable h avec x_0 la valeur de l'abscisse de l'axe de symétrie vertical. Que constate-t-on ?
3. Déterminer un critère sur une fonction f quelconque pour que sa courbe représentative soit symétrique par rapport à la droite d'équation $x = x_0$.

Centre de symétrie

1. Déterminer les centres de symétrie des courbes représentatives des fonctions suivantes à l'aide de la calculatrice :

$$\begin{aligned}f_1(x) &= x^3 \\f_2(x) &= \frac{2 - x^2}{3x} \\f_3(x) &= x^3 - 3x^2 + 1 \\f_4(x) &= \frac{2x - 1}{3 - x}\end{aligned}$$

2. Pour chacune des fonctions précédentes calculer la quantité $\frac{1}{2}[f(x_0 + h) + f(x_0 - h)]$ en fonction de la variable h avec x_0 la valeur de l'abscisse du centre de symétrie. Que constate-t-on ?
3. Déterminer un critère sur la fonction f pour que sa courbe représentative soit symétrique par rapport à un point $C(x_0; y_0)$.