

Variations d'une fonction composée

Soit f une fonction définie sur $\mathcal{D}_f \subset \mathbb{R}$ et g une fonction définie sur $\mathcal{D}_g \subset \mathbb{R}$ avec pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $f(x) \in \mathcal{D}_g$. On appelle composée de la fonction f par la fonction g , la fonction $g \circ f$ définie par $g \circ f(x) = g[f(x)]$.

Théorème.

- Si f et g sont croissantes alors $g \circ f$ est croissante.
- Si f et g sont décroissantes alors $g \circ f$ est croissante.
- Si f est croissante et g décroissante alors $g \circ f$ est décroissante.
- Si f est décroissante et g croissante alors $g \circ f$ est décroissante.

Après avoir démontré le théorème, étudier chacune des fonctions ci-dessous avec la démarche suivante :

- déterminer l'ensemble de définition de la fonction
- décomposer la fonction en fonctions de référence
- dresser les tableaux de variations des fonctions de référence
- en déduire le tableau de variations de la fonction considérée

$$x \mapsto (2x + 3)^2$$

$$x \mapsto \frac{1}{5 - 3x}$$

$$x \mapsto (5 - 2x)^2$$

$$x \mapsto \sqrt{2 - x}$$

$$x \mapsto |x - 3|$$

$$x \mapsto (3 - 4x)^3$$

$$x \mapsto \frac{3}{x} - 2$$

$$x \mapsto \frac{1}{(2x + 1)^2}$$

$$x \mapsto \frac{1}{|-2x + 3|}$$

$$x \mapsto \sqrt{\frac{1}{4x - 5}}$$

$$x \mapsto \left|5 - \frac{2}{x}\right|$$