

## Devoir maison de mathématiques n°5

### Exercice 1

1. Déterminer la mesure principale associée à chacune des mesures suivantes :

$$\frac{15\pi}{2} \quad \frac{34\pi}{7} \quad -\frac{65\pi}{3} \quad -\frac{73\pi}{6} \quad \frac{2007\pi}{5}$$

2. Déterminer la valeur exacte du cosinus et du sinus des réels suivants :

$$-\frac{5\pi}{3} \quad \frac{7\pi}{4} \quad \frac{19\pi}{6}$$

### Exercice 2

Exprimer en fonction de  $\sin x$  et de  $\cos x$  les expressions suivantes :

$$\cos(5\pi + x) \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \quad \cos(3\pi - x) \quad \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$$

### Exercice 3

Résoudre les (in)équations suivantes :

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} ; x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \quad -\frac{1}{2} < \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2} ; x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

### Exercice 4

On considère le système suivant avec  $x \in [0; 2\pi]$  :

$$\begin{cases} 2 \sin x - 4 \cos x = \sqrt{3} + 2 \\ \sin x + \sqrt{3} \cos x = 0 \end{cases}$$

1. Déterminer  $\cos x$  et  $\sin x$ .
2. En déduire la valeur de  $x$ .

### Exercice 5

1. Déterminer les coordonnées cartésiennes des points de coordonnées polaires suivantes :

$$A\left(2; \frac{3\pi}{2}\right) \quad B\left(2; -\frac{\pi}{4}\right) \quad C\left(\frac{1}{2}; \frac{11\pi}{6}\right)$$

2. Déterminer les coordonnées polaires des points de coordonnées cartésiennes suivantes :

$$D(3; -3) \quad E\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad F(\sqrt{3}; 1)$$

**Exercice 6**

On considère un triangle  $ABC$  avec  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{2} [2\pi]$  et  $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\pi}{3} [2\pi]$ .

1. Faire une figure.
2. En utilisant la relation de Chasles, prouver que :

$$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \pi [2\pi]$$

3. En déduire la mesure principale de l'angle orienté  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$ .

**Exercice 7\***

Prouver que pour tout triangle  $ABC$  :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \pi [2\pi]$ .

**Exercice 8\***

Déterminer dans chaque cas l'ensemble des points  $M$  de coordonnées polaires  $(r, \theta)$  vérifiant l'équation donnée :

$$r = 3$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} [2\pi]$$

$$r \cos \theta = 3$$

**Exercice 9\*\***

On considère un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . Déterminer l'équation en coordonnées polaires du cercle de centre  $I$  passant par  $O$ .

**Exercice 10\*\***

On considère deux points  $A$  et  $B$  distincts du plan. Déterminer l'ensemble des points  $M$  vérifiant la relation :

$$(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = -\frac{\pi}{6} [2\pi]$$