Nombre dérivé d'une fonction trinôme

1 Étude d'un exemple

Le but de l'exercice est de déterminer le nombre dérivé de la fonction $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ en $x_0 = 2$.

1.1 Valeur approchée par une méthode graphique

1. Tracer soigneusement la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f dans un repère orthonormé.
2. Placer le point $M_0(x_0; f(x_0))$ puis tracer la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point M_0, déterminer une valeur approchée de son coefficient directeur et en déduire une valeur approchée du nombre dérivé $f'(x_0)$.

1.2 Valeur exacte par le calcul

1. Exprimer le taux d'accroissement $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ en fonction de x. (on pourra simplifier après avoir remarqué une factorisation au numérateur)
2. Déterminer la valeur limite de ce taux d'accroissement quand x se rapproche de x_0. En déduire la valeur exacte du nombre dérivé de la fonction f en x_0.

2 Étude du cas général

Le but de l'exercice est de déterminer le nombre dérivé de la fonction $f(x) = a(x-m)^2+n$ en x_0 quelconque.

1. Exprimer le taux d'accroissement $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ en fonction de x. (on pourra simplifier après avoir remarqué une factorisation au numérateur)
2. En déduire que le nombre dérivé de la fonction f en x_0 est $f'(x_0) = 2a(x_0 - m)$.