

Devoir surveillé de mathématiques n°7

Exercice 1

1. Démontrer que pour tout réel x :

$$\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

2. Démontrer que pour tout réels a et b :

$$\sin(a + b) \sin(a - b) = \sin^2 a - \sin^2 b$$

Exercice 2

On considère un triangle ABC tel que $AB = 6\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$ et $BC = 5\text{cm}$.

1. Calculer la valeur exacte de $\cos \hat{A}$.
2. En déduire la valeur exacte de $\sin \hat{A}$.
3. Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle ABC .

Les résultats seront donnés sous forme simplifiée.

Exercice 3

On considère deux points A et B du plan avec $AB = 6\text{cm}$. Déterminer et tracer les lieux géométriques suivants :

$$\begin{aligned} AB^2 - AM^2 &= 11 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} &= -6 \\ \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} &= 13 \end{aligned}$$

Exercice 4

Démontrer que dans un parallélogramme, la somme des carrés des longueurs des côtés est égale à la somme des carrés des longueurs des diagonales.

Exercice 5

Démontrer qu'un triangle dont les médianes ont même longueur est équilatéral.