

Écriture analytique des transformations du plan

Dans toute l'activité, le plan est muni d'un repère orthonormal direct (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1 Écriture analytique d'une translation

On considère la translation de vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et on note $M'(x'; y')$ l'image d'un point $M(x; y)$ par la translation de vecteur \vec{u} .

1. Faire une figure
2. Écrire la relation vectorielle reliant les points M et M' .
3. Traduire cette relation en terme de coordonnées et exprimer x' et y' en fonction de x et y .

2 Écriture analytique d'une symétrie centrale

On considère la symétrie centrale de centre $I(2; 3)$ et on note $M'(x'; y')$ l'image d'un point $M(x; y)$ par la symétrie centrale de centre I .

1. Faire une figure
2. Écrire la relation vectorielle reliant les points M et M' .
3. Traduire cette relation en terme de coordonnées et exprimer x' et y' en fonction de x et y .

3 Écriture analytique d'une homothétie

On considère l'homothétie de centre $I(1; 2)$ et de rapport $k = 3$ et on note $M'(x'; y')$ l'image d'un point $M(x; y)$ par l'homothétie de centre I et de rapport k .

1. Faire une figure
2. Écrire la relation vectorielle reliant les points M et M' .
3. Traduire cette relation en terme de coordonnées et exprimer x' et y' en fonction de x et y .

4 Étude d'exemples

Caractériser les transformations suivantes dont les écritures analytiques sont données ci-dessous :

$$\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x' = 4 - x \\ y' = -6 - y \end{cases} \quad \begin{cases} x' = 5x - 15 \\ y' = 5y + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \quad \begin{cases} x' = -y \\ y' = -x \end{cases}$$