

## Devoir surveillé de mathématiques n°9

### Exercice 1

On considère la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  définie par la forme explicite  $u_n = 5n - 3$ ,  $n \geq 0$ .

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
2. Prouver que la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est une suite arithmétique dont on déterminera le terme initial ainsi que la raison.
3. Étudier le sens de variation de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
4. Calculer la somme  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{96} + u_{97}$ .

### Exercice 2

On considère la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  définie par  $u_0 = 4$  et la relation de récurrence  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$ ,  $n \geq 0$ .

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
2. Montrer que la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est géométrique, en déduire sa forme explicite.
3. Déterminer le rang du terme  $\frac{1}{32768}$ .
4. Calculer la somme  $S = 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{32768}$ .

### Exercice 3

Étudier le sens de variation et la convergence des suites ci-dessous :

1.  $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$ ,  $n \geq 0$ .
2.  $u_n = 1 + \frac{1}{n}$ ,  $n \geq 1$ .

### Exercice 4

On considère la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  définie par la forme explicite  $u_n = \frac{3n-1}{2n+2}$ ,  $n \geq 0$ .

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
2. Prouver que la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est croissante.
3. Prouver que la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est convergente et calculer sa limite.

### Exercice 5

On considère une suite arithmétique  $(u_n)_{n \geq 0}$  telle que  $u_7 = 6,8$  et  $u_{19} = 23,6$ .

1. Déterminer le terme initial et la raison de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
2. Déterminer la forme explicite de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
3. Calculer le terme  $u_{53}$ .