Devoir surveillé de mathématiques n°9

Exercice 1

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par la forme explicite $u_n = 5n - 3 \quad , \quad n \geqslant 0$.

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$.
2. Prouver que la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite arithmétique dont on déterminera le terme initial ainsi que la raison.
3. Étudier le sens de variation de la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$.
4. Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{96} + u_{97}$.

Exercice 2

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par $u_0 = 4$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} \quad , \quad n \geqslant 0$.

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$.
2. Montrer que la suite suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est géométrique, en déduire sa forme explicite.
3. Déterminer le rang du terme $\dfrac{1}{32768}$.
4. Calculer la somme $S = 4 + 2 + 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \cdots + \dfrac{1}{32768}$.

Exercice 3

Étudier le sens de variation et la convergence des suites ci-dessous :

1. $u_n = \left(\dfrac{4}{3}\right)^n \quad , \quad n \geqslant 0$.
2. $u_n = 1 + \dfrac{1}{n} \quad , \quad n \geqslant 1$.

Exercice 4

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par la forme explicite $u_n = \dfrac{3n-1}{2n+2} \quad , \quad n \geqslant 0$.

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$.
2. Prouver que la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est croissante.
3. Prouver que la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est convergente et calculer sa limite.

Exercice 5

On considère une suite arithmétique $(u_n)_{n\geqslant 0}$ telle que $u_7 = 6,8$ et $u_{19} = 23,6$.

1. Déterminer le terme initial et la raison de la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$.
2. Déterminer la forme explicite de la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$.
3. Calculer le terme u_{53}.