Correction du devoir surveillé de mathématiques n°9

Exercice 1

1. $u_0 = -3$, $u_1 = 2$, $u_2 = 7$, $u_3 = 12$.
2. $u_{n+1} - u_n = [5(n+1) - 3] - [5n - 3] = 5$ donc la suite est arithmétique de terme initial $u_0 = -3$ et de raison 5.
3. La suite est arithmétique de raison positive donc elle est croissante.
4. $S = \dfrac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2} = \dfrac{98 \times (-3 + 482)}{2} = 23471$.

Exercice 2

1. $u_0 = 4$, $u_1 = 2$, $u_2 = 1$, $u_3 = \dfrac{1}{2}$.
2. $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n$ donc la suite est géométrique de terme initial $u_0 = 4$ et de raison $\dfrac{1}{2}$ d'où $u_n = 4 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = \dfrac{1}{2^{n-2}}$.
3. On remarque que $32768 = 2^{15}$, le terme est donc de rang $15 + 2 = 17$.
4. $S = \dfrac{\text{premier terme} - \text{raison} \times \text{dernier terme}}{1 - \text{raison}} = \dfrac{4 - \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2^{15}}}{1 - \dfrac{1}{2}} = 8 - \dfrac{1}{2^{15}}$.

Exercice 3

1. La suite est géométrique de terme initial $u_0 = 1$ et de raison $r = \dfrac{4}{3}$, comme $u_0 > 0$ et $r > 1$ la suite est croissante et tend vers $+\infty$.
2. $u_{n+1} - u_n = \left(1 + \dfrac{1}{n+1}\right) - \left(1 + \dfrac{1}{n}\right) = \dfrac{-1}{n(n+1)} < 0$ donc la suite est décroissante, de plus $\left(\dfrac{1}{n}\right)_{n \geqslant 1}$ converge vers 0 donc la suite $(u_n)_{n \geqslant 1}$ converge vers $1 + 0 = 1$.

Exercice 4

1. $u_0 = -\dfrac{1}{2}$, $u_1 = \dfrac{1}{2}$, $u_2 = \dfrac{5}{6}$, $u_3 = 1$.
2. $u_{n+1} - u_n = \dfrac{3(n+1) - 1}{2(n+1) + 2} - \dfrac{3n - 1}{2n + 2} = \dfrac{8}{(2n+4)(2n+2)} > 0$ donc la suite est croissante.
3. Pour $n \geqslant 1$ on a $u_n = \dfrac{n(3 - \frac{1}{n})}{n(2 + \frac{2}{n})} = \dfrac{3 - \frac{1}{n}}{2 + \frac{2}{n}}$, le numérateur converge vers 3 et le dénominateur vers 2 donc la suite converge vers $\dfrac{3}{2}$.

Exercice 5

1. la raison de la suite est $r = \dfrac{23,6 - 6,8}{19 - 7} = 1,4$ et le premier terme $u_0 = u_7 - 7 \times r = 6,8 - 7 \times 1,4 = -3$.
2. La forme explicite de la suite est $u_n = u_0 + n \times r = -3 + 1,4n$.
3. $u_{53} = -3 + 1,4 \times 53 = 71,2$.