Limites et formes indéterminées

Reconnaître une forme indéterminée

Pour chacune des limites suivantes, dire s'il s'agit ou non d'une forme indéterminée et en cas de réponse négative, calculer la limite en utilisant la propriété correspondante :

$$\lim_{x\to 1}(x^2-x) \qquad \lim_{x\to+\infty}(x^2+x) \qquad \lim_{x\to-\infty}(x+\sqrt{x^2+1}) \qquad \lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\frac{x^2+1}{x}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{1-x^2}{x+3} \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2+9} \qquad \lim_{\substack{x\to -3\\ x<-3}}\frac{-x^2+x+2}{x+3} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+1}$$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(x\sqrt{1+\frac{1}{x}}\right) \qquad \lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\frac{\sqrt{x+1}}{\sin x} \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+1}{x+2} \qquad \lim_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$$

Lever une indétermination en $+\infty$ ou $-\infty$

Pour chacune des limites suivantes, lever l'indétermination en factorisant par le terme de plus haut degré puis calculer la limite en utilisant la propriété correspondante :

$$\lim_{x\to-\infty}(2x^2+x) \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{x+2} \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2-1}{3x+1} \qquad \lim_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x})$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+1}{x^3-x+1} \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}}{x^2} \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{(x-3)^2}{1-x} \qquad \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{4x^2-3}-\sqrt{x^2+1})$$

Autres cas d'indétermination

Pour chacune des limites suivantes, lever l'indétermination en utilisant la méthode indiquée :

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1} \quad \text{(factoriser le numérateur par } x-1\text{)}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1} \quad \text{(factoriser le numérateur et le dénominateur par } x-1\text{)}$$

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+2}) \quad \left(\text{utiliser la formule } \sqrt{a}-\sqrt{b}=\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\ ,\ a,b>0\right)$$