

Correction du devoir maison de mathématiques n°1

Exercice 1

$$\begin{array}{ll} \text{On a :} & u_0 = 0^2 - 0 + 3 = 3 & v_0 = -3 \\ & u_1 = 1^2 - 1 + 3 = 3 & v_1 = 2v_0 + 5 = 2 \times (-3) + 5 = -1 \\ & u_2 = 2^2 - 2 + 3 = 5 & v_2 = 2v_1 + 5 = 2 \times (-1) + 5 = 3 \\ & u_3 = 3^2 - 3 + 3 = 9 & v_3 = 2v_2 + 5 = 2 \times 3 + 5 = 11 \\ & u_4 = 4^2 - 4 + 3 = 15 & v_4 = 2v_3 + 5 = 2 \times 11 + 5 = 27 \end{array}$$

Exercice 2

On a :

$$w_{n+1} - w_n = \frac{2}{3(n+1)+1} - \frac{2}{3n+1} = \frac{2}{3n+4} - \frac{2}{3n+1} = \frac{2 \times (3n+1) - 2 \times (3n+4)}{(3n+4)(3n+1)} = \frac{-6}{(3n+4)(3n+1)}$$

Cette quantité est négative donc $w_{n+1} \leq w_n$ et la suite est décroissante.

Exercice 3

Chaque année, le prix de la voiture est multiplié par :

$$c = 1 + t = 1 + (-10\%) = 1 - 0,1 = 0,9$$

Or $0,9^{10} \simeq 0,35 \geq \frac{1}{3}$ et $0,9^{11} \simeq 0,32 \leq \frac{1}{3}$ donc la voiture ne vaudra plus que le tiers de sa valeur initiale au bout de 11 ans.

Exercice 4

1. On a $a_{13} = a_5 + (13 - 5) \times (-2,7) = 10 + 8 \times (-2,7) = -11,6$.
2. On a $g_{13} = g_5 \times 2^{13-5} = 10 \times 2^8 = 2560$.