

# Statistiques

## 1 Vocabulaire

On utilise les statistiques pour décrire un ensemble appelé *population* constitué d'*individus* auxquels est associé un *caractère* pouvant prendre différentes *valeurs* ou *modalités*.

**Exemple 1.** On étudie la couleur des yeux en France.

- *population* : la population française
- *individus* : les français
- *caractère* : la couleur des yeux
- *modalités* : Bleu, Noir, Vert, Marron...

**Exemple 2.** On étudie les notes d'un Devoir Surveillé en première STG.

- *population* : la classe de première STG
- *individus* : les élèves de la classe
- *caractère* : la note obtenue au Devoir Surveillé
- *valeurs* : 0; 0,5; 1; 1,5 ... 19,5; 20

On peut regrouper les individus d'une population par *classes*.

**Exemple.** On regroupe les notes d'un Devoir Surveillé en première STG par classes :

- $[ 0; 5 ]$  : les notes comprises entre 0 et 5
- $] 5; 10 ]$  : les notes comprises entre 5(exclu) et 10
- $] 10; 15 ]$  : les notes comprises entre 10(exclu) et 15
- $] 15; 20 ]$  : les notes comprises entre 15(exclu) et 20

## 2 Notations

On considère les notes d'un Devoir Surveillé en première STG :

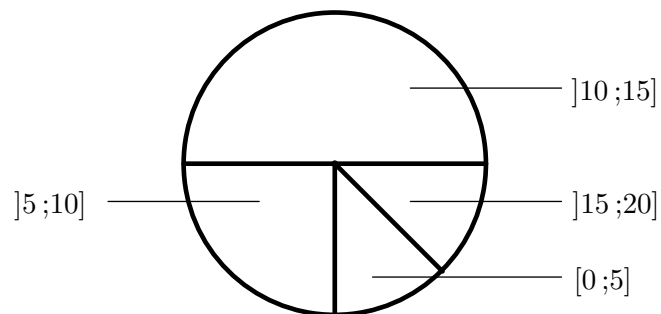
Notes $x_i$	$x_1 = 5$	$x_2 = 7$	$x_3 = 8$	$x_4 = 10$	$x_5 = 11$	$x_6 = 13$	$x_7 = 16$	Total
Effectifs $n_i$	$n_1 = 3$	$n_2 = 2$	$n_3 = 2$	$n_4 = 2$	$n_5 = 7$	$n_6 = 5$	$n_7 = 3$	$\sum_{i=1}^{i=7} n_i = 24$
Fréquences $f_i$	$f_1 = \frac{3}{24}$	$f_2 = \frac{2}{24}$	$f_3 = \frac{2}{24}$	$f_4 = \frac{2}{24}$	$f_5 = \frac{7}{24}$	$f_6 = \frac{5}{24}$	$f_7 = \frac{3}{24}$	$\sum_{i=1}^{i=7} f_i = 1$

### 3 Représentations graphiques

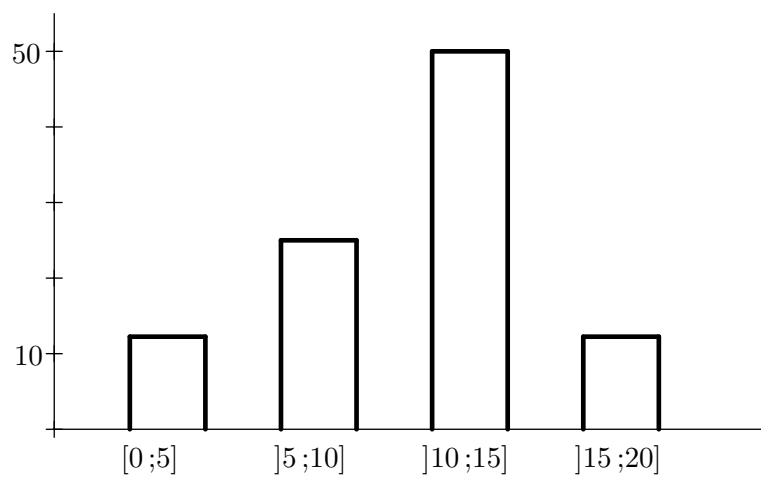
On considère les notes du Devoir Surveillé en première STG :

Classes	[ 0 ; 5 ]	] 5 ; 10 ]	] 10 ; 15 ]	] 15 ; 20 ]	Total
Effectifs	3	6	12	3	24
Fréquences	12,5%	25%	50%	12,5%	100%

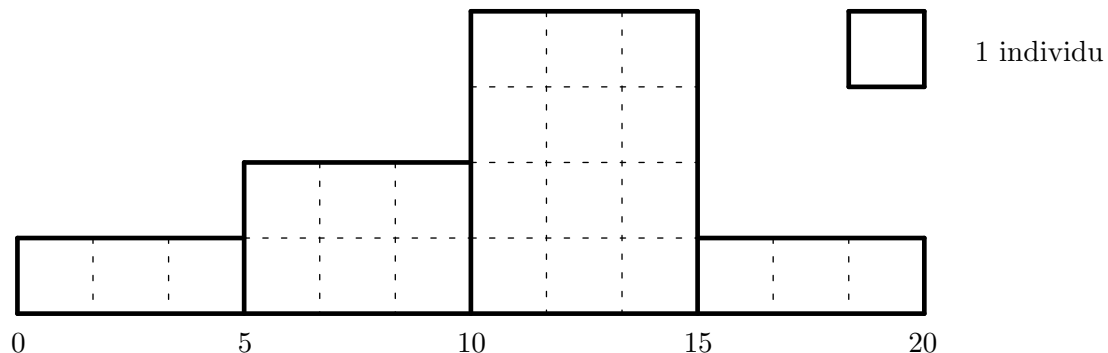
#### 3.1 Diagramme circulaire



#### 3.2 Diagramme en barres ou en bâtons



### 3.3 Histogramme



## 4 Paramètres statistiques

**Définition.** Soit une série statistique  $(x_i, n_i)$ , on définit sa moyenne par :

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \sum f_i x_i$$

**Exemple.** La moyenne des notes du Devoir Surveillé en première STG est :

$$\bar{x} = \frac{3 \times 5 + 2 \times 7 + \dots + 5 \times 13 + 3 \times 16}{24} = 10,625$$

**Propriété.** On considère la réunion  $E$  de deux populations disjointes  $E_1$  et  $E_2$  de moyennes  $\bar{x}_1$  et  $\bar{x}_2$  et d'effectifs  $N_1$  et  $N_2$ . La moyenne sur  $E$  est :

$$\bar{x} = \frac{N_1 \bar{x}_1 + N_2 \bar{x}_2}{N_1 + N_2}$$

**Exemple.** Deux classes de première STG de 24 et 30 élèves ont obtenu des moyennes de 10 et 13 au Devoir commun de Mathématiques. La moyenne de ce devoir sur l'ensemble des deux classes est :

$$\frac{24 \times 10 + 30 \times 11}{24 + 30} \simeq 11,1$$

**Définition.** Soit une série statistique  $(x_i, n_i)$ , on définit son écart-type par :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}}$$

**Exemple.** L'écart-type des notes du Devoir Surveillé en première STG est :

$$\sigma = \sqrt{\frac{3 \times (5 - 10,625)^2 + 2 \times (7 - 10,625)^2 + \dots + 5 \times (13 - 10,625)^2 + 3 \times (16 - 10,625)^2}{24}} \simeq 3,2$$

**Définition.** La médiane  $m$  d'une série statistique ordonnée est la valeur qui sépare la population en deux ensembles de même effectif.

**Exemple.** On ordonne les notes du Devoir Surveillé en première STG :

$\{5;5;5;7;7;8;8;10;10;11;11;11;11;11;11;11;11;13;13;13;13;13;13;16;16;16\}$

La médiane est  $m = 11$ .

**Définition.** Les quartiles  $Q_1, Q_2, Q_3$  d'une série statistique ordonnée sont les valeurs qui séparent la population en quatre ensembles de même effectif.

**Remarque.**  $Q_2 = m$ .

**Exemple.** On ordonne les notes du Devoir Surveillé en première STG :

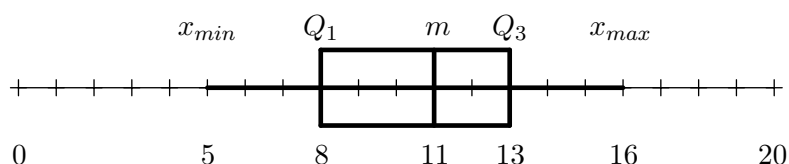
$\{5;5;5;7;7;8 ; 8;10;10;11;11;11 ; 11;11;11;11;13;13 ; 13;13;13;16;16;16\}$

Les quartiles sont  $Q_1 = 8, Q_2 = m = 11, Q_3 = 13$ .

**Définition.** L'intervalle  $[Q_1; Q_3]$  est appelé intervalle interquartile.

**Définition.** On appelle diagramme en boîte la représentation graphique des quartiles d'une série statistique ordonnée.

**Exemple.** Le diagramme en boîte associé aux notes du Devoir Surveillé en première STG est le suivant :



## 5 Fréquences conditionnelles

**Définition.** On considère à l'intérieur d'une population deux sous-populations  $A$  et  $B$ . La fréquence conditionnelle  $f_B(A)$  est la fréquence des individus appartenant à la sous-population  $A$  à l'intérieur de la sous-population  $B$  :

$$f_B(A) = \frac{\text{Effectif de } A \cap B}{\text{Effectif de } B}$$

**Exemple.** On étudie la couleur des yeux en fonction du sexe dans une classe de première STG :

	Marron	Bleu	Vert	Autre	Total
Fille	6	4	2	5	17
Garçon	5	3	1	4	13
Total	11	7	3	9	30

Fréquence des yeux marron parmi les filles :

$$f_F(M) = \frac{6}{17}$$

Fréquence des garçons parmi les élèves aux yeux bleus :

$$f_B(G) = \frac{3}{7}$$