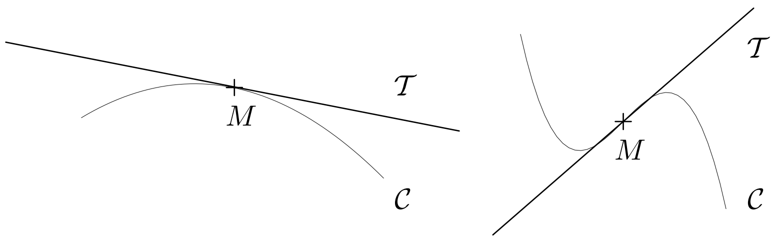
Tangente et Nombre Dérivé

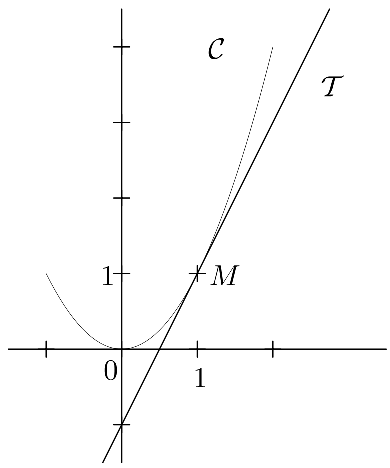
1 Définitions

Définition. *On appelle* tangente $\mathcal{T}$ *à la courbe* $\mathcal{C}$ *au point* M *si elle existe, la droite qui approche le mieux la courbe* $\mathcal{C}$ *au voisinage du point* M*.*



Définition. *Soit* f *une fonction et* $\mathcal{C}$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé. Si la courbe* $\mathcal{C}$ *admet une tangente au point de coordonnées* $(x; f(x))$ *non parallèle à l'axe des ordonnées alors on appelle* nombre dérivé *de la fonction* f *en* x *et on note* $f'(x)$ *le coefficient directeur de cette tangente.*

Exemple. *nombre dérivé de la fonction carré en* $x = 1$*.*



Graphiquement, la tangente $\mathcal{T}$ *à la courbe représentative de la fonction* $f(x) = x^2$ *au point* $(1; 1)$ *a pour équation :* $y = 2x - 1$*.*

En conclusion : $f'(1) = 2$*.*

2 Nombre dérivé des fonctions usuelles

On admet les résultats suivants :

– fonction constante :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \mapsto & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & C \end{array} \quad \text{alors} \quad f'(x) = 0$$

– fonction affine :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \mapsto & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & ax+b \end{array} \quad \text{alors} \quad f'(x) = a$$

– fonction carré :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \mapsto & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^2 \end{array} \quad \text{alors} \quad f'(x) = 2x$$

– fonction trinôme :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \mapsto & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & ax^2+bx+c \end{array} \quad \text{alors} \quad f'(x) = 2ax+b$$

– fonction cube :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \mapsto & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^3 \end{array} \quad \text{alors} \quad f'(x) = 3x^2$$

– fonction inverse :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^* & \mapsto & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{1}{x} \end{array} \quad \text{alors} \quad f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

– fonction racine carrée :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_+ & \mapsto & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sqrt{x} \end{array} \quad \text{alors} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{pour} \quad x \neq 0$$