Forme canonique d'un trinôme du second degré

On appelle forme canonique d'un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ son expression sous la forme $a(x - m)^2 + n$ avec $m, n \in \mathbb{R}$.

Trouver la forme canonique d'un trinôme du second degré

1. Compléter :

$$\begin{array}{rcll} x^2 - 2x + 10 & = & (x - \dots)^2 & + \dots \\ x^2 - 6x + 7 & = & (x - \dots)^2 & + \dots \\ x^2 + 6x + 11 & = & (x - \dots)^2 & + \dots \\ 3x^2 - 6x + 5 & = & 3(x - \dots)^2 & + \dots \\ 2x^2 + 4x - 18 & = & 2(x - \dots)^2 & + \dots \end{array}$$

2. Trouver la forme canonique de chacun des trinômes suivants :

$$x^2 + 8x + 13 \qquad 4x^2 - 24x + 31 \qquad x^2 + x + 1 \qquad x^2 - 3x - 2 \qquad 2x^2 - 6x + 9$$

3. Soit $a(x - m)^2 + n$ la forme canonique d'un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$.
   (a) Montrer que $-2am = b$, en déduire l'expression de m en fonction de a et b.
   (b) Montrer que $am^2 + n = c$, en déduire l'expression de n en fonction de a, b et c.

Expression générale des solutions de l'équation de degré 2

1. On pose le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ et on suppose $a > 0$ et $\Delta > 0$. Factoriser la forme canonique et montrer que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 que l'on exprimera en fonction de a, b, et Δ.
2. En déduire les solutions des équations suivantes :

$$\begin{array}{rcl} 2x^2 + x - 5 & = & 0 \\ x^2 - x + 7 & = & 0 \\ 5x^2 - 7x + 1 & = & 0 \\ x^2 + \dfrac{2}{3}x - 5 & = & 0 \end{array}$$