

Composition de fonctions

On considère les fonctions de référence suivantes :

- fonction affine de paramètres a et b : $f(x) = ax + b$
- fonction inverse : $f(x) = \frac{1}{x}$
- fonction carré : $f(x) = x^2$

Composition de fonctions de référence

1. Compléter par des écritures littérales :

(a) $x \xrightarrow{\text{fonction carré}} \dots \xrightarrow{\text{fonction affine}(a = 2; b = -3)} \dots$

(b) $x \xrightarrow{\text{fonction affine}(a = 2; b = -3)} \dots \xrightarrow{\text{fonction carré}} \dots$

(c) $x \xrightarrow{\text{fonction inverse}} \dots \xrightarrow{\text{fonction affine}(a = -5; b = 4)} \dots$

(d) $x \xrightarrow{\text{fonction affine}(a = -5; b = 4)} \dots \xrightarrow{\text{fonction inverse}} \dots$

2. On applique à la suite deux fonctions f et g : $x \xrightarrow{\text{fonction f}} f(x) \xrightarrow{\text{fonction g}} g[f(x)]$

Déterminer $g[f(x)]$ dans les cas suivants :

- (a) f est la fonction carré et g est la fonction affine de paramètres $a = -2$ et $b = 3$.
- (b) f est la fonction affine de paramètres $a = -2$ et $b = 3$ et g est la fonction carré.
- (c) f est la fonction inverse et g est la fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = -4$.
- (d) f est la fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = -4$ et g est la fonction inverse.

3. La fonction qui à x associe $g[f(x)]$ est appelée *fonction composée* de f par g et notée $g \circ f$. Expliciter l'image de x par la fonction $g \circ f$ dans les cas suivants :

(a) $f(x) = x^2$ et $g(x) = \frac{2}{x+3}$.

(b) $f(x) = \frac{2}{x+3}$ et $g(x) = x^2$.

(c) $f(x) = x^2 - 1$ et $g(x) = 2 - \frac{1}{x}$.

(d) $f(x) = 2 - \frac{1}{x}$ et $g(x) = x^2 - 1$.

Décomposition en fonctions de référence

1. Déterminer les fonctions f et g dans chacun des cas suivants :

(a) $x \xrightarrow{\text{f}} x^2 \xrightarrow{\text{g}} \frac{1}{x^2}$

(b) $x \xrightarrow{\text{f}} x+1 \xrightarrow{\text{g}} 3(x+1) - 2$

(c) $x \xrightarrow{\text{f}} \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{g}} \frac{7}{x} - 1$

(d) $x \xrightarrow{\text{f}} x^2 \xrightarrow{\text{g}} \frac{1}{2x^2 - 1}$

2. Décomposer les fonctions h suivantes sous la forme $g \circ f$ avec f et g des fonctions de référence :

(a) $h(x) = \frac{1}{x+1}$

(b) $h(x) = 11x^2 - 5$

(c) $h(x) = \frac{3}{x} - 1$

(d) $h(x) = x^2 - 2x + 1$