

Composition de fonctions et encadrement

On considère les fonctions de référence suivantes :

- fonction affine de paramètres a et b : $f(x) = ax + b$
- fonction inverse : $f(x) = \frac{1}{x}$
- fonction carré : $f(x) = x^2$

Encadrement et sens de variation

1. Rappeler les ensembles de définition ainsi que les tableaux de variations des fonctions affines, carré et inverse.
2. On considère un nombre réel x tel que $1 \leq x \leq 2$.
 - (a) Déterminer le tableau de variations de la fonction affine de paramètres $a = -2$ et $b = 3$ sur l'intervalle $[1; 2]$. En déduire un encadrement de $-2x + 3$ pour $1 \leq x \leq 2$.
 - (b) Déterminer le tableau de variations de la fonction carré sur l'intervalle $[1; 2]$. En déduire un encadrement de x^2 pour $1 \leq x \leq 2$.
 - (c) Déterminer le tableau de variations de la fonction inverse sur l'intervalle $[1; 2]$. En déduire un encadrement de $\frac{1}{x}$ pour $1 \leq x \leq 2$.
3. On considère un nombre réel x tel que $-2 \leq x \leq 3$.
 - (a) Déterminer le tableau de variations de la fonction carré sur l'intervalle $[-2; 3]$. En déduire un encadrement de x^2 pour $-2 \leq x \leq 3$.
 - (b) Déterminer le tableau de variations de la fonction inverse sur l'intervalle $[-2; 3]$. En déduire un encadrement de $\frac{1}{x}$ pour $-2 \leq x \leq 3$.

Encadrement et composition

1. On considère les fonctions $f(x) = -2x + 1$ et $g(x) = \frac{1}{x}$.
 - (a) Déterminer l'écriture littérale de $g \circ f(x)$.
 - (b) Déterminer le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[2; 3]$. En déduire un encadrement de $f(x)$ pour $2 \leq x \leq 3$.
 - (c) Déterminer le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $[-3; 5]$. En déduire un encadrement de $g(x)$ pour $-3 \leq x \leq 5$.
 - (d) En déduire un encadrement de $\frac{1}{-2x + 1}$ pour $2 \leq x \leq 3$.
2. (a) Décomposer la fonction $h(x) = 2x^2 - 3$ sous la forme $g \circ f$ avec f et g des fonctions de référence.
 (b) En déduire un encadrement de $2x^2 - 3$ pour $-3 \leq x \leq -2$.
3. Déterminer un encadrement de $h(x)$ pour $x \in I$ dans chacun des cas suivants :
 - (a) $h(x) = -3x^2 + 1$ et $I = [2; 7]$.
 - (b) $h(x) = \frac{1}{3 - 2x}$ et $I = [-5; -2]$.
 - (c) $h(x) = 2x^2 + 1$ et $I = [-3; 5]$.
 - (d) $h(x) = \frac{1}{2x - 3}$ et $I = [-5; 3]$.