

Correction du devoir maison de Mathématiques n°2

Problème

Partie A

1. Le volume de la boîte est :

$$V = \text{Surface de base} \times \text{hauteur} = \pi r^2 \times h = \pi r^2 h$$

2. La surface totale de la boîte est :

$$S = \text{Surface latérale} + 2 \times \text{Surface de base} = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

3. On a $V = 1$ d'où $\pi r^2 h = 1$ et $h = \frac{1}{\pi r^2}$.

4. En remplaçant h dans la formule de la question 2, on obtient :

$$S = 2\pi r \times \frac{1}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{2}{r} + 2\pi r^2$$

Partie B

1. Le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$ semble être le suivant :

x	0	x_0	$+\infty$
f		\searrow	\nearrow

2. La calculatrice fournit l'encadrement $0,5 \leq x_0 \leq 0,6$.
($f(0,5) \simeq 2,7854$, $f(0,55) \simeq 2,7685$, $f(0,6) \simeq 2,7976$)

Partie C

On a $S = 2 \times f(r)$ donc la surface totale S est minimale quand $r = x_0$ soit $r \simeq 0,55$ dm. On a alors $h \simeq \frac{1}{\pi \times 0,55^2}$ soit $h \simeq 1,1$ dm.

Les dimensions optimales de la boîte sont donc environ Diamètre= 11cm et Hauteur=11cm.