

# Correction du devoir maison de Mathématiques n°2

## Problème

### Partie A

1. Le volume de la boîte est :

$$V = \text{Surface de base} \times \text{hauteur} = \pi r^2 \times h = \pi r^2 h$$

2. La surface totale de la boîte est :

$$S = \text{Surface latérale} + 2 \times \text{Surface de base} = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

3. On a  $V = 1$  d'où  $\pi r^2 h = 1$  et  $h = \frac{1}{\pi r^2}$ .

4. En remplaçant  $h$  dans la formule de la question 2, on obtient :

$$S = 2\pi r \times \frac{1}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{2}{r} + 2\pi r^2$$

### Partie B

1. Le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  semble être le suivant :

$x$	$0$	$x_0$	$+\infty$
$f$		$\searrow$	$\nearrow$

2. La calculatrice fournit l'encadrement  $0,5 \leq x_0 \leq 0,6$ .  
(  $f(0,5) \simeq 2,7854$ ,  $f(0,55) \simeq 2,7685$ ,  $f(0,6) \simeq 2,7976$  )

### Partie C

On a  $S = 2 \times f(r)$  donc la surface totale  $S$  est minimale quand  $r = x_0$  soit  $r \simeq 0,55$ dm. On a alors  $h \simeq \frac{1}{\pi \times 0,55^2}$  soit  $h \simeq 1,1$ dm.

Les dimensions optimales de la boîte sont donc environ Diamètre= 11cm et Hauteur=11cm.