Approximation affine d'une fonction

Formule d'approximation

On considère une fonction f dérivable en x_0.

1. Donner l'équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse x_0.
2. On appelle g la fonction affine associée à la droite T, exprimer $g(x)$.
3. On pose $x = x_0 + h$, exprimer $g(x_0 + h)$ en fonction de h.
4. Justifier l'approximation $\boxed{f(x_0 + h) \underset{h \simeq 0}{\simeq} f(x_0) + hf'(x_0)}$.

Quelques formules d'approximation classiques...

1. Démontrer que $\boxed{(1 + h)^2 \underset{h \simeq 0}{\simeq} 1 + 2h}$.

   (on pourra utiliser une approximation affine de la fonction $f(x) = x^2$ au voisinage de $x_0 = 1$)
2. Déterminer des approximations affines pour $h \simeq 0$ des quantités suivantes :
   (a) $(1 + h)^3$
   (b) $\sqrt{1 + h}$
   (c) $\dfrac{1}{1 + h}$

...et leurs applications numériques :

Donner **sans utiliser la calculatrice** une valeur approchée à 10^{-3} des quantités suivantes :

$$1,021^2 \qquad \sqrt{1,038} \qquad \frac{1}{1,013} \qquad 0,983^2 \qquad \sqrt{0,984} \qquad \frac{1}{0,988}$$