

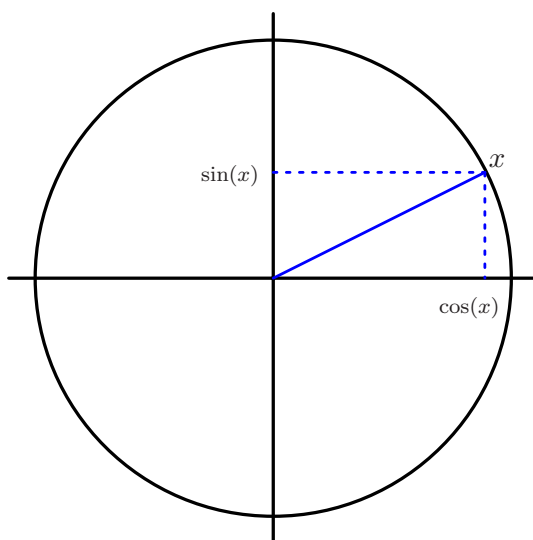
Formules trigonométriques

1 Formules d'addition

On rappelle les formules d'addition suivantes :

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

On considère le cercle trigonométrique, et on place dans le premier quadrant un angle de mesure $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$:



- Placer sur le cercle trigonométrique ci-dessus l'angle de mesure $x + \pi$, conjecturer l'expression de $\cos(x + \pi)$ et $\sin(x + \pi)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$:

$$\cos(x + \pi) = \boxed{}$$

$$\sin(x + \pi) = \boxed{}$$

Démontrer ces formules à l'aide des formules d'addition.

- Placer sur le cercle trigonométrique ci-dessus l'angle de mesure $\pi - x$, conjecturer l'expression de $\cos(\pi - x)$ et $\sin(\pi - x)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$:

$$\cos(\pi - x) = \boxed{}$$

$$\sin(\pi - x) = \boxed{}$$

Démontrer ces formules à l'aide des formules d'addition.

- Placer sur le cercle trigonométrique ci-dessus l'angle de mesure $x + \frac{\pi}{2}$, conjecturer l'expression de $\cos(x + \frac{\pi}{2})$ et $\sin(x + \frac{\pi}{2})$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \boxed{}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \boxed{}$$

Démontrer ces formules à l'aide des formules d'addition.

- Placer sur le cercle trigonométrique ci-dessus l'angle de mesure $\frac{\pi}{2} - x$, conjecturer l'expression de $\cos(\frac{\pi}{2} - x)$ et $\sin(\frac{\pi}{2} - x)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \boxed{}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \boxed{}$$

Démontrer ces formules à l'aide des formules d'addition.

2 Formules de linéarisation

Démontrer, à l'aide des formules d'addition, les formules suivantes :

$$\cos(a) \times \cos(b) = \frac{\cos(a-b) + \cos(a+b)}{2}$$

$$\sin(a) \times \sin(b) = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2}$$

$$\sin(a) \times \cos(b) = \frac{\sin(a-b) + \sin(a+b)}{2}$$

3 Formules de factorisation

Démontrer, à l'aide des formules de linéarisation, les formules suivantes :

$$\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin(p) + \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin(p) - \sin(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$