Les Nombres

1 Les entiers naturels

Définition. *On appelle ensemble des entiers naturels* $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$.

Le calcul avec les entiers naturels est appelé *arithmétique*.

Critères de divisibilité. *Un entier naturel est divisible :*
par 2 si son dernier chiffre est 0,2,4,6 ou 8.
par 3 si la somme de ses chiffres est multiple de 3.
par 5 si son dernier chiffre est 0 ou 5.
par 9 si la somme de ses chiffres est multiple de 9.
par 10 si son dernier chiffre est 0.

Démonstration. admis □

Exemple. *285 est divisible par 5 d'où* $285 = 5 \times 57$, *de plus 57 est divisible par 3 car* $5 + 7 = 12$ *est divisible par 3, d'où* $57 = 3 \times 19$. *Au final, on obtient :* $285 = 3 \times 5 \times 19$.

Définition. *Un nombre premier est un entier naturel supérieur ou égal à 2 qui n'est divisible que par 1 et lui-même.*

Pour réaliser une table des nombres premiers, on peut utiliser le *crible d'Ératosthène* qui consiste à rayer successivement les multiples dans un tableau d'entiers.
Les 10 premiers nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Propriété. *Tout entier naturel supérieur où égal à 2 peut s'écrire comme produit de nombres premiers.*

Démonstration. admis □

Exemple. *On cherche à décomposer 5130 en produit de nombres premiers.*
$5130 = 10 \times 513$
$5130 = 2 \times 5 \times 3 \times 171$
$5130 = 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 57$
$5130 = 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 19$
D'où : $5130 = 2 \times 3^3 \times 5 \times 19$

Application1. *Simplification de fractions :*

$$\frac{228}{90} = \frac{2^2 \times 3 \times 19}{2 \times 3^2 \times 5} = \frac{2 \times 19}{3 \times 5} = \frac{38}{15}$$

Application2. *Simplification de racines carrées :*

$$\sqrt{1224} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times 17} = 2 \times 3 \times \sqrt{2 \times 17} = 6\sqrt{34}$$

2 Les ensembles de nombres

A partir de l'ensemble des entiers naturels, on construit différents ensembles de nombres :

Définition. *On appelle ensemble des entiers relatifs* $\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$.

L'ensemble des entiers relatifs contient celui des entiers naturels, on note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Définition. *On appelle ensemble des nombres décimaux, l'ensemble* $\mathbb{D}$ *des quotients de nombres entiers relatifs par des puissances de 10.*

Un nombre décimal peut s'écrire avec une partie entière, une virgule et une partie décimale finie :

$$\frac{4723}{10^2} = 47,23$$

On utilise également la *notation scientifique* $\pm a \times 10^n, 1 \leq a < 10$:

$$47,23 = 4,723 \times 10^1$$

On a de plus $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$.

Définition. *On appelle ensemble des nombres rationnels, l'ensemble* $\mathbb{Q}$ *des quotients d'entiers relatifs (fractions).*

On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

Il existe des nombres n'appartenant pas à $\mathbb{Q}$ comme par exemple π et $\sqrt{2}$, on les appelle des *nombres irrationnels*, ils appartiennent plus généralement à l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels :

Définition. *Soit une droite munie d'un repère, on appelle ensemble des nombres réels l'ensemble* $\mathbb{R}$ *des abscisses* x *des points de la droite.*

On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.