

# Les Nombres

## 1 Les entiers naturels

**Définition.** On appelle ensemble des entiers naturels  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ .

Le calcul avec les entiers naturels est appelé *arithmétique*.

**Critères de divisibilité.** Un entier naturel est divisible :

par 2 si son dernier chiffre est 0, 2, 4, 6 ou 8.

par 3 si la somme de ses chiffres est multiple de 3.

par 5 si son dernier chiffre est 0 ou 5.

par 9 si la somme de ses chiffres est multiple de 9.

par 10 si son dernier chiffre est 0.

*Démonstration.* admis □

**Exemple.** 285 est divisible par 5 d'où  $285 = 5 \times 57$ , de plus 57 est divisible par 3 car  $5 + 7 = 12$  est divisible par 3, d'où  $57 = 3 \times 19$ . Au final, on obtient :  $285 = 3 \times 5 \times 19$ .

**Définition.** Un nombre premier est un entier naturel supérieur ou égal à 2 qui n'est divisible que par 1 et lui-même.

Pour réaliser une table des nombres premiers, on peut utiliser le *crible d'Ératosthène* qui consiste à rayer successivement les multiples dans un tableau d'entiers.

Les 10 premiers nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

**Propriété.** Tout entier naturel supérieur ou égal à 2 peut s'écrire comme produit de nombres premiers.

*Démonstration.* admis □

**Exemple.** On cherche à décomposer 5130 en produit de nombres premiers.

$$5130 = 10 \times 513$$

$$5130 = 2 \times 5 \times 3 \times 171$$

$$5130 = 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 57$$

$$5130 = 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 19$$

$$D'où : 5130 = 2 \times 3^3 \times 5 \times 19$$

**Application1.** Simplification de fractions :

$$\frac{228}{90} = \frac{2^2 \times 3 \times 19}{2 \times 3^2 \times 5} = \frac{2 \times 19}{3 \times 5} = \frac{38}{15}$$

**Application2.** Simplification de racines carrées :

$$\sqrt{1224} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times 17} = 2 \times 3 \times \sqrt{2 \times 17} = 6\sqrt{34}$$

## 2 Les ensembles de nombres

A partir de l'ensemble des entiers naturels, on construit différents ensembles de nombres :

**Définition.** On appelle ensemble des entiers relatifs  $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ .

L'ensemble des entiers relatifs contient celui des entiers naturels, on note  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

**Définition.** On appelle ensemble des nombres décimaux, l'ensemble  $\mathbb{D}$  des quotients de nombres entiers relatifs par des puissances de 10.

Un nombre décimal peut s'écrire avec une partie entière, une virgule et une partie décimale finie :

$$\frac{4723}{10^2} = 47,23$$

On utilise également la notation scientifique  $\pm a \times 10^n$ ,  $1 \leq a < 10$  :

$$47,23 = 4,723 \times 10^1$$

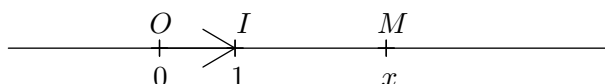
On a de plus  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$ .

**Définition.** On appelle ensemble des nombres rationnels, l'ensemble  $\mathbb{Q}$  des quotients d'entiers relatifs (fractions).

On a  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$ .

Il existe des nombres n'appartenant pas à  $\mathbb{Q}$  comme par exemple  $\pi$  et  $\sqrt{2}$ , on les appelle des nombres irrationnels, ils appartiennent plus généralement à l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels :

**Définition.** Soit une droite munie d'un repère, on appelle ensemble des nombres réels l'ensemble  $\mathbb{R}$  des abscisses  $x$  des points de la droite.



On a  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .