

Fonction et courbe représentative

1 Parité et symétries

1. Tracer dans un repère orthonormal (O, I, J) d'unité 3cm, la courbe représentative de la fonction carré $f : x \mapsto x^2$ sur l'intervalle $[-2; 2]$ et déterminer ses symétries. Montrer que $f(-x) = f(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. Tracer dans un repère orthogonal (O, I, J) d'unité horizontale 3cm et d'unité verticale 1cm, la courbe représentative de la fonction cube $g : x \mapsto x^3$ sur l'intervalle $I = [-2; 2]$ et déterminer ses symétries. Montrer que $g(-x) = -g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
3. Déterminer par le calcul, les symétries des courbes représentatives des fonctions suivantes définies sur \mathbb{R} :

$$h_1 : x \mapsto x^2 - 1$$

$$h_2 : x \mapsto \frac{x}{x^2 + 1}$$

2 Un problème d'optimisation

On considère une boîte de conserve cylindrique de rayon r et de hauteur h de volume 1 litre. L'unité de longueur considérée est le décimètre.

1. Ecrire le volume V de la boîte de conserve en fonction de r et de h .
2. Ecrire l'aire totale A de la boîte de conserve en fonction de r et de h .
3. Sachant que $V = 1dm^3$, exprimer h en fonction de r . Exprimer alors A en fonction de r .
4. Tracer dans un repère orthogonal (O, I, J) d'unité horizontale 10cm et d'unité verticale 1cm, la courbe représentative de la fonction A pour $r \in [0, 2 ; 1]$.
5. Donner une valeur approchée du diamètre D et de la hauteur h de la boîte de conserve qui utilise le minimum de métal pour sa fabrication. Que constate-t-on ?

3 Encore un problème d'optimisation

On considère un rectangle de largeur l et de longueur L de périmètre fixé. En utilisant la démarche de l'exercice précédent, trouver les dimensions de ce rectangle pour que son aire soit maximale. Que constate-t-on ?