

## Fonction et courbe représentative

### 1 Parité et symétries

1. Tracer dans un repère orthonormal  $(O, I, J)$  d'unité 3cm, la courbe représentative de la fonction carré  $f : x \mapsto x^2$  sur l'intervalle  $[-2; 2]$  et déterminer ses symétries. Montrer que  $f(-x) = f(x)$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .
2. Tracer dans un repère orthogonal  $(O, I, J)$  d'unité horizontale 3cm et d'unité verticale 1cm, la courbe représentative de la fonction cube  $g : x \mapsto x^3$  sur l'intervalle  $I = [-2; 2]$  et déterminer ses symétries. Montrer que  $g(-x) = -g(x)$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .
3. Déterminer par le calcul, les symétries des courbes représentatives des fonctions suivantes définies sur  $\mathbb{R}$  :

$$h_1 : x \mapsto x^2 - 1$$

$$h_2 : x \mapsto \frac{x}{x^2 + 1}$$

### 2 Un problème d'optimisation

On considère une boîte de conserve cylindrique de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  de volume 1 litre. L'unité de longueur considérée est le décimètre.

1. Ecrire le volume  $V$  de la boîte de conserve en fonction de  $r$  et de  $h$ .
2. Ecrire l'aire totale  $A$  de la boîte de conserve en fonction de  $r$  et de  $h$ .
3. Sachant que  $V = 1dm^3$ , exprimer  $h$  en fonction de  $r$ . Exprimer alors  $A$  en fonction de  $r$ .
4. Tracer dans un repère orthogonal  $(O, I, J)$  d'unité horizontale 10cm et d'unité verticale 1cm, la courbe représentative de la fonction  $A$  pour  $r \in [0, 2 ; 1]$ .
5. Donner une valeur approchée du diamètre  $D$  et de la hauteur  $h$  de la boîte de conserve qui utilise le minimum de métal pour sa fabrication. Que constate-t-on ?

### 3 Encore un problème d'optimisation

On considère un rectangle de largeur  $l$  et de longueur  $L$  de périmètre fixé. En utilisant la démarche de l'exercice précédent, trouver les dimensions de ce rectangle pour que son aire soit maximale. Que constate-t-on ?