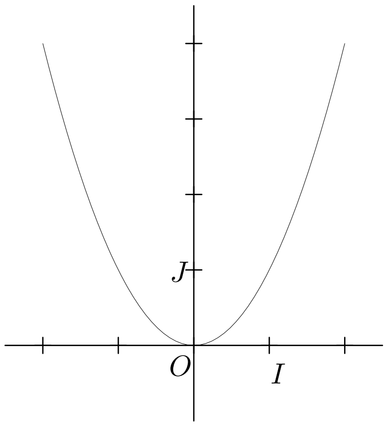
Fonction et courbe représentative

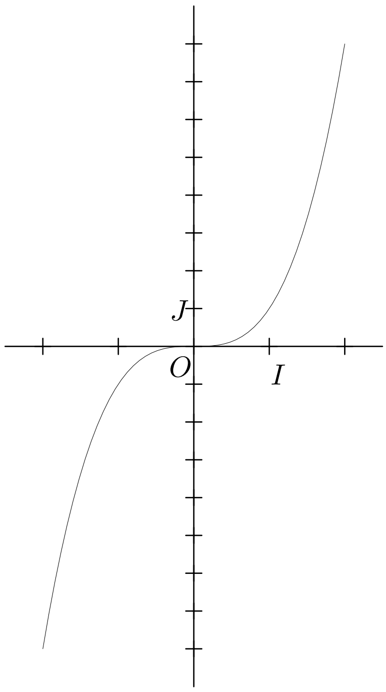
1 Parité et symétries

1. La courbe représentative de la fonction f est symétrique par rapport à l'axe (OJ) .



$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

2. La courbe représentative de la fonction g est symétrique par rapport au point O .

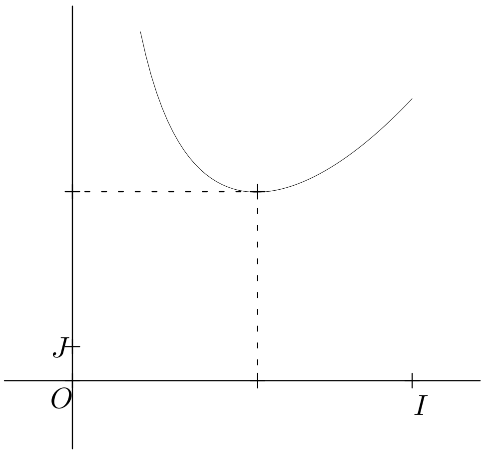


$$g(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -g(x)$$

3. La courbe représentative de la fonction h_1 est symétrique par rapport à l'axe (OJ) :
$$h_1(-x) = (-x)^2 - 1 = x^2 - 1 = h_1(x)$$
La courbe représentative de la fonction h_2 est symétrique par rapport au point O :
$$h_2(-x) = \frac{-x}{(-x)^2+1} = \frac{-x}{x^2+1} = -h_2(x)$$

2 Un problème d'optimisation

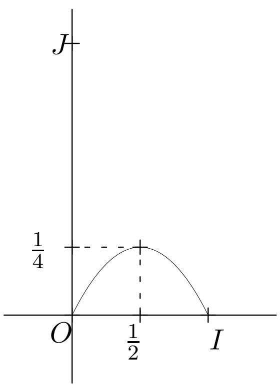
1. Le volume s'obtient en multipliant l'aire de la base par la hauteur : $V = \pi r^2 h$.
2. L'aire totale s'obtient en ajoutant l'aire des deux bases à l'aire latérale : $A = 2\pi r^2 + 2\pi r h$.
3. Comme $V = \pi r^2 h = 1$ alors $h = \frac{1}{\pi r^2}$. Donc $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times \frac{1}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$
4. La courbe représentative de la fonction A est la suivante :



5. L'aire minimale correspond à $r \simeq 0,54dm$. Alors $D \simeq h \simeq 10,8cm$.

3 Encore un problème d'optimisation

Fixons le périmètre du rectangle à $P = 2(l + L) = 2m$, alors $L = 1 - l$ d'où $A = l(1 - l)$. On trace la courbe représentative de la fonction A de la variable l :



Le maximum est atteint pour $l = \frac{1}{2}$, on a alors $L = 1 - l = \frac{1}{2}$ et le rectangle est alors un carré.