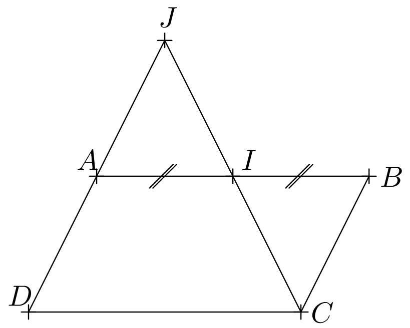
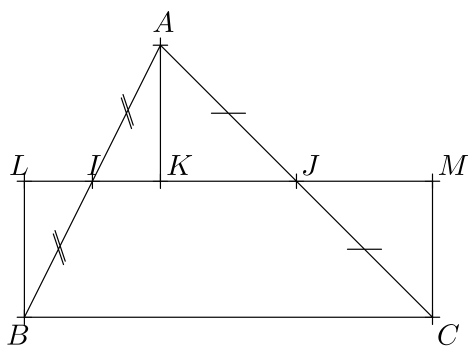
Triangles isométriques et Dissection

Tout parallélogramme est équivalent par dissection à un triangle



1. Le point I est le milieu du segment $[AB]$ donc $IA = IB$. Les angles $\widehat{AIJ}$ et $\widehat{BIC}$ sont égaux car opposés par le sommet. Les angles $\widehat{IAJ}$ et $\widehat{CBI}$ sont égaux car alterne-internes. En appliquant le théorème de caractérisation, les triangles AIJ et BIC sont donc isométriques.
2. Le parallélogramme $ABCD$ et le triangle DJC sont équivalents par dissection car tous deux peuvent être découpés en utilisant les polygones AIJ et $AICD$.

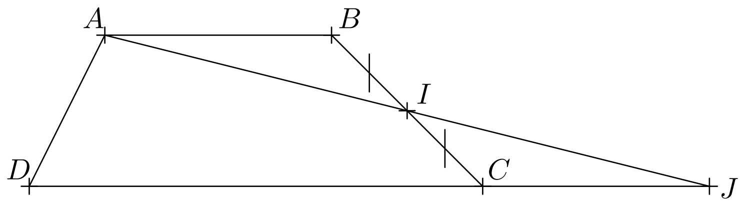
Tout triangle est équivalent par dissection à un rectangle



1. Le point I est le milieu du segment $[AB]$ donc $IA = IB$. Le point I est le milieu du segment $[LK]$ car L est le symétrique du point K par rapport au point I donc $IL = IK$. Les angles $\widehat{AIK}$ et $\widehat{BIL}$ sont égaux car opposés par le sommet. En appliquant le théorème de caractérisation, les triangles AIK et BIL sont donc isométriques.
2. Le point J est le milieu du segment $[AC]$ donc $JA = JC$. Le point J est le milieu du segment $[KM]$ car M est le symétrique du point K par rapport au point J donc $JM = JK$. Les angles $\widehat{AJK}$ et $\widehat{CJM}$ sont égaux car opposés par le sommet. En appliquant le théorème de caractérisation, les triangles AJK et CJM sont donc isométriques.
3. La symétrie centrale conserve les angles donc $\widehat{BLI}$ et $\widehat{CMJ}$ sont des angles droits. De plus, le théorème des milieux implique que les droites (LM) et (BC) sont parallèles. Le quadrilatère $BLMC$ est donc un rectangle.
4. Nous avons prouvé que le triangle ABC est équivalent au rectangle $BLMC$ par dissection.

Tout trapèze est équivalent par dissection à un triangle

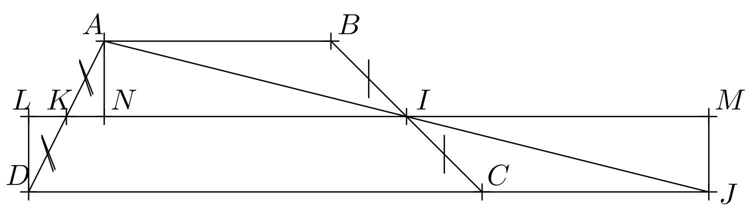
La figure est donnée ci-dessous :



L'idée de la démonstration est de prouver que les triangles ABI et CIJ sont isométriques. On montre alors que le trapèze $ABCD$ et le triangle ADJ sont équivalents par dissection.

Tout trapèze est équivalent par dissection à un rectangle

On utilise les découpages précédents :



L'idée de la démonstration est de prouver que les triangles ABI et CIJ, AKN et DLK ainsi que AIN et IJM sont isométriques. On montre alors que le trapèze $ABCD$ et le rectangle $DLMJ$ sont équivalents par dissection.