Devoir maison de mathématiques n°3

Exercice 1

On considère un cercle de diamètre $[AB]$. Soit M un point extérieur au cercle, la droite (AM) coupe le cercle en un point I et la droite (BM) coupe le cercle en un point J. On appelle H le point d'intersection des droites (BI) et (AJ).

1. Prouver que le point H est l'orthocentre du triangle ABM.
2. En déduire que les droites (HM) et (AB) sont perpendiculaires.

Exercice 2

On considère un rectangle $ABCD$ de centre O. Soit I le milieu du segment $[OA]$.

1. Tracer l'image $A'B'C'D'$ du rectangle $ABCD$ par la rotation de centre I et d'angle 60°.
2. Tracer l'image $A''B''C''D''$ du quadrilatère $A'B'C'D'$ par la translation qui transforme B en D.

Exercice 3

On considère un parallélogramme $ABCD$ de centre O. La perpendiculaire à la droite (AB) passant par O coupe (AB) en I et (CD) en J.

1. Prouver que les triangles OAI et OCJ sont isométriques.
2. En déduire que O est le milieu de $[IJ]$.

Exercice 4

Soit un triangle ABC, on construit extérieurement les carrés $ABDE$ et $BCFG$.

1. Prouver que $\widehat{ABG} = \widehat{DBC}$.
2. Prouver que les triangles ABG et BCD sont isométriques.
3. En déduire que $AG = CD$.

Exercice 5 *

On considère un triangle ABC isocèle en A et on construit extérieurement les triangles équilatéraux ABP, ACN et BCM.

Prouver que $AM = BN = CP$. (on pourra chercher des triangles isométriques)

Exercice 6 **

On considère un carré $ABCD$ dans lequel on trace le demi-cercle de diamètre $[AB]$. La tangente à ce demi-cercle passant par le point D coupe le cercle en un point M. Soit O le milieu du segment $[AB]$, la droite (OM) coupe la droite (BC) en un point N.

Prouver que $MN = CN$. (on pourra chercher des triangles isométriques)

Exercice 7 **

On considère un triangle ABC rectangle isocèle en A. Soit I le milieu de $[BC]$ et un point M quelconque du segment $[BC]$. Soient P le pied de la hauteur issue de M dans le triangle ABM et N le pied de la hauteur issue de M dans le triangle ACM.

Prouver que le triangle INP est rectangle isocèle en I. (on pourra chercher des triangles isométriques)