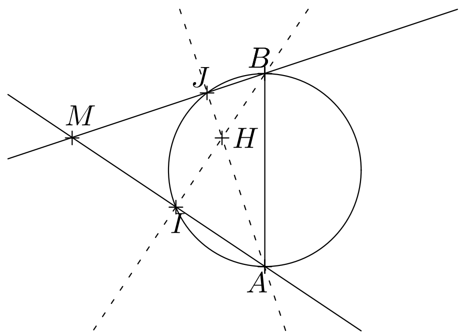
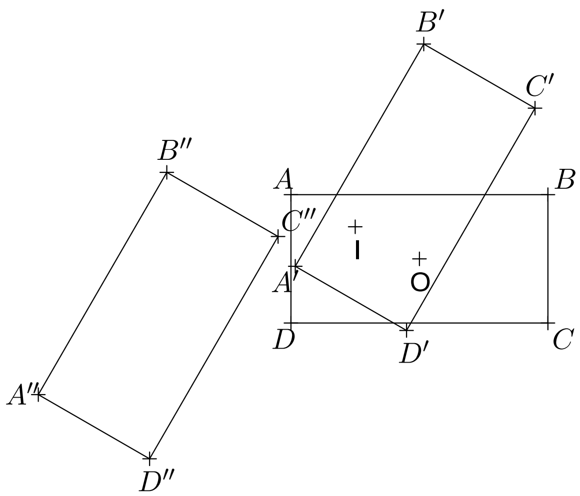
Correction du devoir maison de mathématiques n°3

Exercice 1

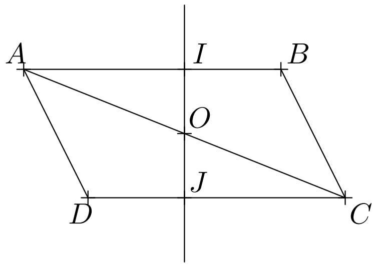


1. Le triangle ABI est inscrit dans un cercle dont son côté $[AB]$ est un diamètre donc il est rectangle en I. De même, le triangle ABJ est rectangle en J donc les droites (AJ) et (BI) sont deux hauteurs du triangle ABM, leur point d'intersection H est donc l'orthocentre du triangle ABM.
2. La droite (HM) est donc une hauteur du triangle ABM et elle est donc perpendiculaire à la droite (AB).

Exercice 2

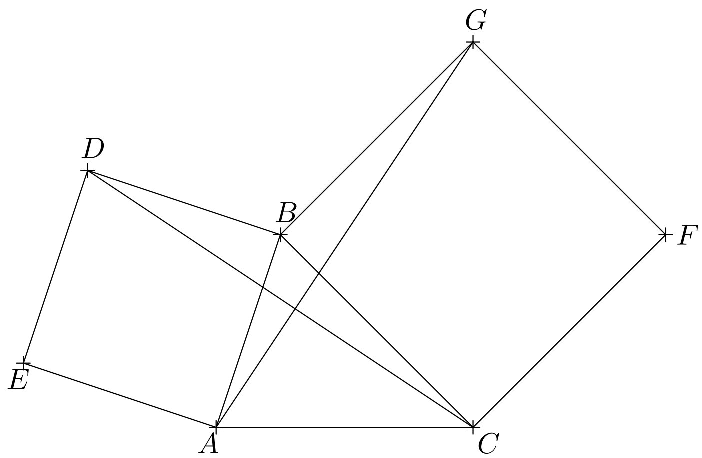


Exercice 3



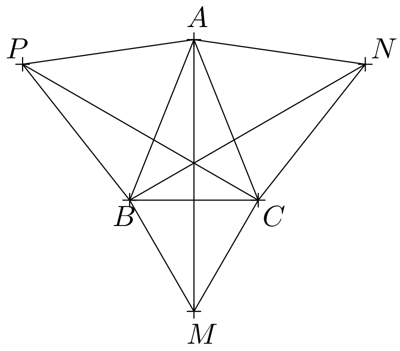
1. Comme O est le centre du parallélogramme $ABCD$, on a $OA = OC$. De plus $\widehat{AOI} = \widehat{COJ}$ car ce sont des angles opposés par le sommet. Comme $\widehat{AIO} = \widehat{CJO} = 90°$, la somme des mesures des angles d'un triangle étant égale à $180°$, on a également $\widehat{OAI} = \widehat{OCJ}$. D'après la propriété de caractérisation, les triangles OAI et OCJ sont donc isométriques.
2. On en déduit que $OI = OJ$ et O est donc le milieu de $[IJ]$.

Exercice 4



1. $\widehat{ABG} = \widehat{ABC} + 90° = \widehat{DBC}$.
2. On a $\widehat{ABG} = \widehat{DBC}$, $AB = BD$ et $BC = BG$ donc d'après la propriété de caractérisation, les triangles ABG et BCD sont isométriques.
3. On en déduit que $AG = CD$.

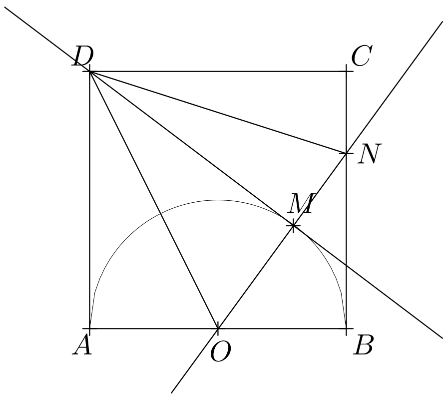
Exercice 5 *



L'idée est de montrer que les triangles ACM, BCN et BCP sont isométriques, en effet : $CM = BC = BC$, $AC = CN = BP$ et $\widehat{MCA} = \widehat{BCN} = \widehat{CBP}$.

On en déduit que $AM = BN = CP$.

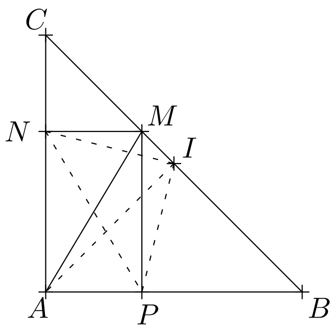
Exercice 6 **



En remarquant que $\widehat{OAD} = \widehat{OMD} = 90°$ et que $OA = OM$, on obtient en appliquant le théorème de Pythagore que $AD = DM$ (les triangles AOD et DOM sont donc isométriques).

En remarquant que $\widehat{DMN} = \widehat{DCN} = 90°$ et que $DM = DC$, on obtient en appliquant le théorème de Pythagore que $MN = CN$ (les triangles DMN et DCN sont donc isométriques).

Exercice 7 **



Les triangles AIP et CIN sont isométriques, en effet :
- $AI = CI$ (dans un triangle rectangle, la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse).
- $AP = CN$ (le triangle CMN est rectangle isocèle donc $CN = NM$).
- $\widehat{IAP} = \widehat{ICN} = 45°$

On en déduit que $IN = IP$.

On remarque que $\widehat{CIN} + \widehat{AIN} = 90°$ et que $\widehat{CIN} = \widehat{AIP}$.

On a alors $\widehat{MIP} = \widehat{AIN} + \widehat{AIP} = \widehat{AIN} + \widehat{CIN} = 90°$.

Le triangle INP est donc rectangle isocèle en I.