

Fractions continues

Les *fractions continues régulières* sont des fractions emboîtées où les numérateurs sont égaux à 1.

Calcul d'une fraction continue

On considère les fractions continues suivantes :

$$A = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}} \quad \text{et} \quad B = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$$

Montrer que $A = \frac{25}{9}$ et $B = \frac{43}{30}$, ces fractions sont appelées les *réduites* des fractions continues.

Décomposition d'un rationnel en fraction continue

Appliquer l'*algorithme d'Euclide* des divisions successives aux couples d'entiers (9; 25) et (30; 43) et observer les quotients successifs, que constate-t-on ?

En admettant la validité de la propriété constatée, écrire les décompositions en fractions continues des nombres rationnels suivants :

$$\frac{17}{6} \quad \text{et} \quad \frac{43}{19}$$

Décomposition d'un irrationnel en fraction continue

Les nombres irrationnels admettent également une décomposition en fraction continue mais celle-ci devient infinie :

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$

Pour déterminer la décomposition d'un irrationnel en fraction continue, on commence par isoler sa partie entière puis on calcule l'inverse du reste et on recommence...

En utilisant la calculatrice, conjecturer la décomposition en fraction continue de $\sqrt{3}$.

Calculer les premières réduites de la fraction continue de $\sqrt{3}$.