

Vecteurs et Centre de Gravité (première partie)

Problème 1

Le but du problème est de démontrer que si G est le centre de gravité d'un triangle ABC alors $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

1. Construire un triangle quelconque ABC , placer les points I, J et K milieux respectifs des côtés $[BC], [AC]$ et $[AB]$. Construire le centre de gravité G du triangle puis son symétrique G' par rapport au point I .
2. Quelle est la nature du quadrilatère $BGCG'$? Exprimer le vecteur $\vec{GG'}$ en fonction des vecteurs \vec{GB} et \vec{GC} .
3. Exprimer les vecteurs \vec{GA} et $\vec{GG'}$ en fonction du vecteur \vec{GI} , que peut-on en déduire sur ces deux vecteurs?
4. Prouver que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Problème 2

Le but du problème est de trouver à l'intérieur d'un triangle ABC le point G vérifiant la relation $2\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

1. Construire un segment quelconque $[BC]$ et placer son milieu I . Soit M un point n'appartenant pas à la droite (BC) , construire son symétrique M' par rapport au point I .
2. Prouver que $\vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MI}$.
3. En déduire la position du point G vérifiant la relation $2\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Problème 3

En utilisant les milieux I, J, K des côtés d'un triangle ABC , trouver le point G vérifiant la relation $\vec{GA} + 2\vec{GB} + 3\vec{GC} = \vec{0}$.