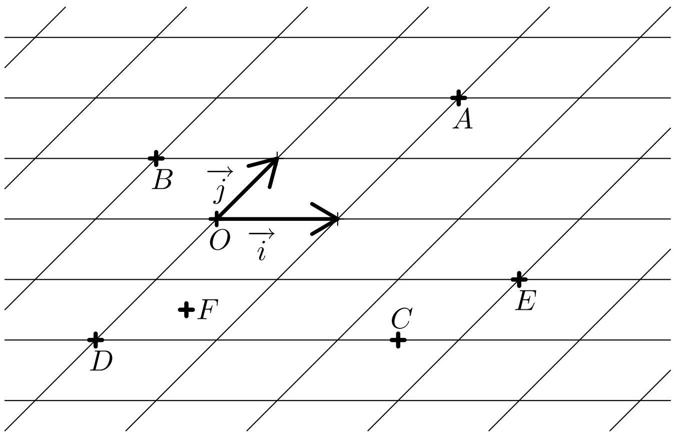
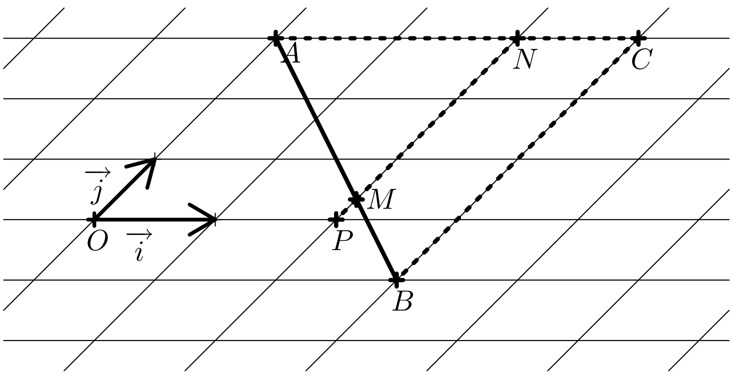
Maillages et repérage dans le plan

Exercice 1



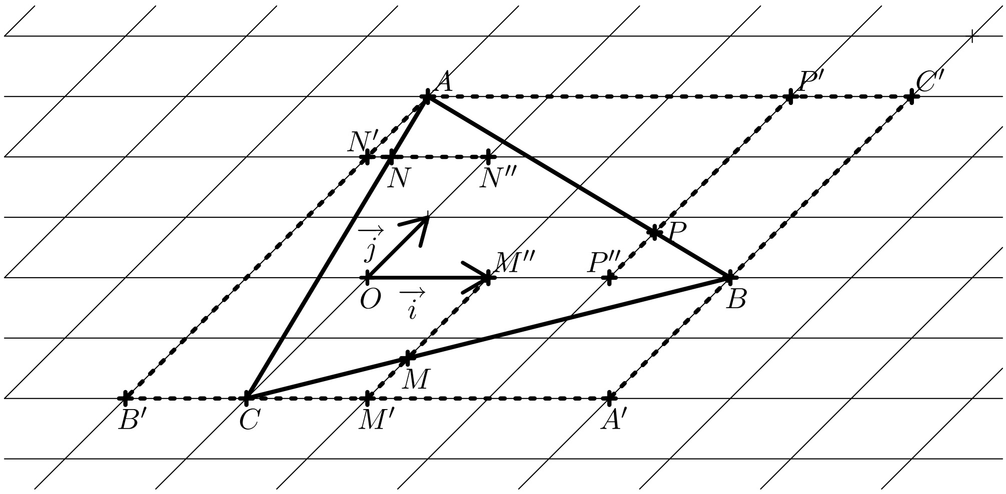
Les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ sont $A(1;2)$, $B(-1;1)$ et $C(2,5;-2)$.

Exercice 2



1. Dans le triangle ABC : $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN)//(BC)$. D'après le théorème de Thalès :
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$
d'où :
$$\frac{2}{3} = \frac{MN}{4} \quad \text{et} \quad MN = \frac{8}{3}$$

2. On en déduit que $MP = NP - MN = 3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$, les coordonnées du point M dans le repère $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ sont donc $M(2; \frac{1}{3})$.
3. On construit à l'aide du maillage des triangles particuliers :



   (a) En appliquant le théorème de Thalès dans le triangle $A'BC$, on obtient $MM' = \frac{2}{3}$. Donc $MM'' = M'M'' - MM' = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ et $M(1; -\frac{4}{3})$.
   (b) En appliquant le théorème de Thalès dans le triangle $AB'C$, on obtient $NN' = \frac{1}{5}$. Donc $NN'' = N'N'' - NN' = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ et $N(-\frac{4}{5}; 2)$.
   (c) En appliquant le théorème de Thalès dans le triangle ABC', on obtient $PP' = \frac{9}{4}$. Donc $PP'' = P'P'' - PP' = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$ et $P(2; \frac{3}{4})$.

Exercice 3

1. Les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ sont $A(3; 2)$, $B(7,5; 0,5)$ et $C(2; -2)$.
2. Les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(K; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ sont $A(-2; 3,5)$, $B(1; 2)$ et $C(-0,5; -0,5)$.
3. $\overrightarrow{i} = \frac{1}{2}\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{j} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.
4. $\overrightarrow{KO} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{u} + \frac{3}{2}\overrightarrow{v}$.
5. On considère un point M de coordonnées x et y dans le repère $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, on a alors $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}$ d'où :

$$\overrightarrow{OM} = x(\frac{1}{2}\overrightarrow{u}) + y(-\frac{1}{2}\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right)\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$$

6. En utilisant la relation de Chasles $\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{KO} + \overrightarrow{OM}$ on obtient :

$$\overrightarrow{KM} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{u} + \frac{3}{2}\overrightarrow{v} + \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right)\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v} = \frac{x-y-5}{2}\overrightarrow{u} + \left(y + \frac{3}{2}\right)\overrightarrow{v}$$

7. On a montré que si les coordonnées d'un point M dans le repère $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ sont x et y alors ses coordonnées dans le repère $(K; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ sont $\frac{x-y-5}{2}$ et $y + \frac{3}{2}$.