

## Géométrie analytique

### Exercice 1

On considère un triangle quelconque  $ABC$ . Soient  $I$ ,  $J$  et  $K$  les milieux respectifs des segments  $[BC]$ ,  $[AC]$  et  $[AB]$ . On appelle  $M$  le milieu du segment  $[KB]$  et  $N$  le symétrique de  $I$  par rapport au point  $B$ .

1. Exprimer les coordonnées des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $I$ ,  $J$ ,  $K$ ,  $M$  et  $N$  dans le repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .
2. Prouver que les vecteurs  $\overrightarrow{MN}$  et  $\overrightarrow{MJ}$  sont colinéaires, en déduire que les points  $M$ ,  $N$  et  $J$  sont alignés.

### Exercice 2

On considère un parallélogramme  $ABCD$ . Soient  $I$ ,  $J$ ,  $K$ ,  $L$  tels que  $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{DL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$ . On appelle  $M$  et  $N$  les milieux respectifs des segments  $[IL]$  et  $[JK]$ .

1. Exprimer les coordonnées des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $I$ ,  $J$ ,  $K$ ,  $L$ ,  $M$  et  $N$  dans le repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ .
2. Prouver que les vecteurs  $\overrightarrow{MN}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont colinéaires, en déduire que les droites  $(MN)$  et  $(AC)$  sont parallèles.

### Exercice 3

On considère un triangle quelconque  $ABC$ . Soient  $I$ ,  $J$  et  $K$  et  $L$  tels que  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ . On appelle  $M$  le point d'intersection des droites  $(JK)$  et  $(BC)$  et  $N$  le point d'intersection des droites  $(IL)$  et  $(BC)$ .

1. Exprimer les coordonnées des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $I$ ,  $J$ ,  $K$ , et  $L$  dans le repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .
2. Démontrer que  $J$  et  $L$  sont les milieux des segments  $[KM]$  et  $[IN]$ , en déduire les coordonnées des points  $M$  et  $N$  dans le repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .
3. Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{MN}$  dans le repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ , en déduire que  $\frac{MN}{BC} = \frac{5}{3}$ .

### Exercice 4

On considère un triangle quelconque  $ABC$ . Soient  $I$ ,  $J$ ,  $K$  et  $L$  tels que  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ . On appelle  $M$  le point d'intersection des droites  $(JK)$  et  $(BC)$  et  $N$  le point d'intersection des droites  $(IL)$  et  $(BC)$ .

Calculer le rapport  $\frac{MN}{BC}$ .