

Géométrie analytique

Exercice 1

On considère un triangle quelconque ABC . Soient I , J et K les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$. On appelle M le milieu du segment $[KB]$ et N le symétrique de I par rapport au point B .

1. Exprimer les coordonnées des points A , B , C , I , J , K , M et N dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
2. Prouver que les vecteurs \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{MJ} sont colinéaires, en déduire que les points M , N et J sont alignés.

Exercice 2

On considère un parallélogramme $ABCD$. Soient I , J , K , L tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$. On appelle M et N les milieux respectifs des segments $[IL]$ et $[JK]$.

1. Exprimer les coordonnées des points A , B , C , D , I , J , K , L , M et N dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.
2. Prouver que les vecteurs \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires, en déduire que les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

Exercice 3

On considère un triangle quelconque ABC . Soient I , J et K et L tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On appelle M le point d'intersection des droites (JK) et (BC) et N le point d'intersection des droites (IL) et (BC) .

1. Exprimer les coordonnées des points A , B , C , I , J , K , et L dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
2. Démontrer que J et L sont les milieux des segments $[KM]$ et $[IN]$, en déduire les coordonnées des points M et N dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
3. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{MN} dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, en déduire que $\frac{MN}{BC} = \frac{5}{3}$.

Exercice 4

On considère un triangle quelconque ABC . Soient I , J , K et L tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. On appelle M le point d'intersection des droites (JK) et (BC) et N le point d'intersection des droites (IL) et (BC) .

Calculer le rapport $\frac{MN}{BC}$.