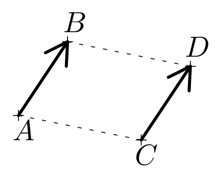
Vecteurs

Définition. *Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :*
- *sa direction : la droite (AB)*
- *son sens : de A vers B*
- *sa norme : $||\overrightarrow{AB}|| = AB$*

Remarque. *On note $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$.*

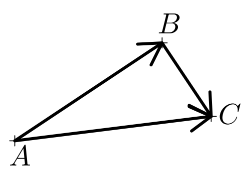
Propriété. *$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme.*



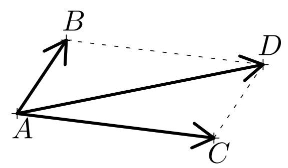
1 Addition de deux vecteurs

Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs, on peut définir leur somme de deux manières différentes :

Relation de Chasles. *Si $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{BC}$ alors $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.*



Règle du parallélogramme. *Si $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AC}$ alors $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{AD}$ où $ABDC$ est un parallélogramme.*

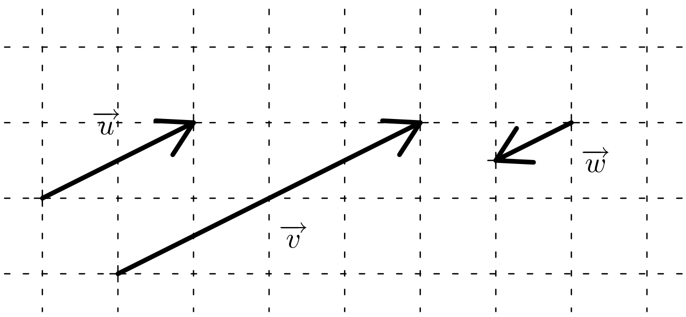


2 Multiplication d'un vecteur par un réel

Définition. *Soient un vecteur $\overrightarrow{u}$ et un réel k, $k\overrightarrow{u}$ est un vecteur :*
- *de même direction que $\overrightarrow{u}$*
- *de même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$ et de sens contraire si $k < 0$*
- *de norme $|k| \times ||\overrightarrow{u}||$*

Remarque. $0 \times \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$.

Exemple. *Soit un vecteur $\overrightarrow{u}$, construire les vecteurs $\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{u}$:*

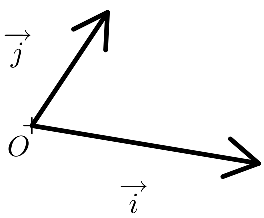


Définition. *Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si il existe un réel k tel que $\overrightarrow{u} = k \times \overrightarrow{v}$ ou $\overrightarrow{v} = k \times \overrightarrow{u}$.*

Remarque. *Le vecteur nul est colinéaire à n'importe quel vecteur.*

3 Coordonnées d'un vecteur

Définition. *Soient un point O et deux vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ non colinéaires, on appelle* repère du plan *le triplet $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$. Si les directions de $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont perpendiculaires, le repère est dit* orthogonal*. Si les vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont en plus de même norme, le repère est dit* orthonormé*.*

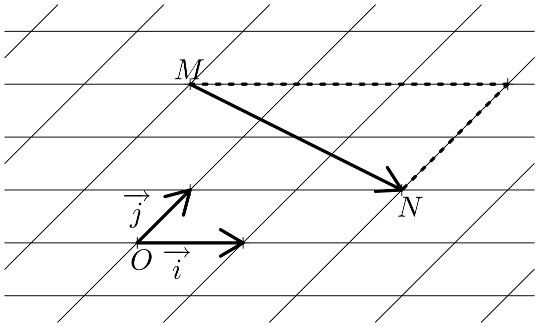


Propriété. *Soit $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ un repère du plan, alors pour tout vecteur $\overrightarrow{u}$ il existe deux nombres réels x et y uniques tels que $\overrightarrow{u} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}$. On appelle ces deux nombres les* coordonnées *du vecteur $\overrightarrow{u}$ dans le repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et on note :*

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Exemple.

$$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$



Propriétés. *Dans un repère du plan* $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ *:*

- *Si* $M(x;y)$ *alors* $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- *Si* $A(x_A;x_B)$ *et* $B(x_B;y_B)$ *alors* $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$
- *Si* $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ *alors* $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$
- *Si* $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ *alors* $k\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$
- *Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur coordonnées sont proportionnelles.*