Droites et systèmes d'équations linéaires à deux inconnues

1 Interprétation géométrique

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} y - 2x = 1 & (E_1) \\ x + 2y = 7 & (E_2) \end{cases}$$

1. Résoudre le système.
2. En considérant que x et y représentent respectivement l'abscisse et l'ordonnée dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, montrer que les équations (E_1) et (E_2) peuvent se ramener à des équations réduites de deux droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.
3. Tracer les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et déterminer leur point d'intersection. Que constate-t-on ?

2 Intersection de deux droites

Dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, on considère les points $A(-2;3)$, $B(4;1)$, $C(-1;-1)$ et $D(3;4)$.

1. Tracer les droites (AB) et (CD).
2. Déterminer les équations réduites des droites (AB) et (CD).
3. A l'aide d'un système, calculer les coordonnées du point d'intersection I des droites (AB) et (CD).

3 Types de solutions et position relative des droites

Résoudre par le calcul puis interpréter graphiquement chacun des systèmes suivants :

$$\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x - 2y = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + 6y = 18 \\ 2y + x = 6 \end{cases}$$

4 Critère d'existence d'une solution unique

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (E_1) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (E_2) \end{cases}$$

1. Dans le cas où $b_1 \neq 0$ et $b_2 \neq 0$, déterminer l'équation réduite des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ associées aux équations (E_1) et (E_2) dans l'interprétation graphique.
2. En déduire que si $a_1b_2 \neq a_2b_1$, le système admet une unique solution.