Droites et systèmes d'équations linéaires à deux inconnues

1 Interprétation géométrique

On considère le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} y-2x & = & 1 \quad (E_1) \\ x+2y & = & 7 \quad (E_2) \end{array}\right.$$

1. Résoudre le système.
2. En considérant que x et y représentent respectivement l'abscisse et l'ordonnée dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, montrer que les équations (E_1) et (E_2) peuvent se ramener à des équations réduites de deux droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.
3. Tracer les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et déterminer leur point d'intersection. Que constate-t-on ?

2 Intersection de deux droites

Dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, on considère les points $A(-2;3)$, $B(4;1)$, $C(-1;-1)$ et $D(3;4)$.

1. Tracer les droites (AB) et (CD).
2. Déterminer les équations réduites des droites (AB) et (CD).
3. A l'aide d'un système, calculer les coordonnées du point d'intersection I des droites (AB) et (CD).

3 Types de solutions et position relative des droites

Résoudre par le calcul puis interpréter graphiquement chacun des systèmes suivants :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x+3y & = & -4 \\ 3x+y & = & 1 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rcl} 2x-y & = & 3 \\ 4x-2y & = & -2 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rcl} 3x+6y & = & 18 \\ 2y+x & = & 6 \end{array}\right.$$

4 Critère d'existence d'une solution unique

On considère le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} a_1x+b_1y & = & c_1 \quad (E_1) \\ a_2x+b_2y & = & c_2 \quad (E_2) \end{array}\right.$$

1. Dans le cas où $b_1 \neq 0$ et $b_2 \neq 0$, déterminer l'équation réduite des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ associées aux équations (E_1) et (E_2) dans l'interprétation graphique.
2. En déduire que si $a_1b_2 \neq a_2b_1$, le système admet une unique solution.