

Devoir libre de Mathématiques n°1

Exercice 1

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - 2\bar{z} + 1 = 0$.

Exercice 2

On considère deux nombres complexes z_1 et z_2 .

Démontrer que $|z_1| + |z_2| \leq |z_1 + z_2| + |z_1 - z_2|$.

Exercice 3

1. Linéariser $\frac{\sin(3x)}{\sin(x)}$ et $\frac{\sin(4x)}{\sin(2x)}$, en déduire que $\frac{1}{\sin \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{\sin \frac{2\pi}{7}} + \frac{1}{\sin \frac{3\pi}{7}}$.
2. Calculer la valeur de la somme $1 + \gamma + \gamma^2 + \gamma^3 + \gamma^4 + \gamma^5 + \gamma^6$ où $\gamma = e^{i\frac{2\pi}{7}}$ et en déduire la valeur de la somme $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$.
3. Calculer la valeur du produit $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{3\pi}{7}$.