

V. Géométrie de l'espace

Exemples de commandes Maple

1. Création d'une fonction permettant de calculer le produit scalaire de deux vecteurs de l'espace en base orthonormale.

```
> ps:=(u,v)->u[1]*v[1]+u[2]*v[2]+u[3]*v[3];
> u:=[-1,-2,3];v:=[4,2,0];
> ps(u,v);
```

2. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, détermination d'une équation paramétrique de la droite d'intersection des plans d'équations $2x + 3y + z = 1$ et $x + y + z = 2$.

```
> solve({2*x+3*y+z=1,x+y+z=2},{x,y,z});
```

Exercices

1. Créer une fonction pv permettant de calculer le produit vectoriel de deux vecteurs de l'espace en base orthonormale puis créer une fonction det permettant de calculer le déterminant de trois vecteurs de l'espace en base orthonormale.
2. Démontrer que pour tous vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} de l'espace, $\vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{w})\vec{v} - (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{w}$.
3. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(0; -1; 2)$, $B(1; 0; 1)$, $C(0; 2; 0)$, $D(1; -1; -1)$ et $E(2; -2; -2)$. Déterminer l'intersection du plan (ABC) et de la droite (DE) .
4. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(-2; 6; 0)$, $B(5; -1; 0)$, $C(1; -2; 3)$ et $D(-2; -2; 4)$. Déterminer le centre de la sphère circonscrite au tétraèdre $ABCD$.
5. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct, on considère les points $A(1; 0; 1)$, $B(1; 1; 0)$, $C(1; 1; 1)$ et $D(0; 1; 0)$. Déterminer les points d'intersection des droites (AB) et (CD) avec leur perpendiculaire commune.
6. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, déterminer l'expression analytique de la projection sur le plan d'équation cartésienne $x + y + z = 0$.