Devoir libre de Mathématiques n°1

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + 2\,\overline{z} + 1 = 0$.

Exercice 2

On considère $\alpha, \beta \in [0; \pi]$, montrer que $\left|e^{i\alpha} + e^{i\beta}\right| = 2\cos\left(\dfrac{\alpha - \beta}{2}\right)$.

Exercice 3

Simplifier $\dfrac{\sin(3x)}{\sin(x)} - \dfrac{\sin(4x)}{\sin(2x)}$ pour $x \in \mathbb{R}$.

En déduire que $\dfrac{1}{\sin\frac{\pi}{7}} = \dfrac{1}{\sin\frac{2\pi}{7}} + \dfrac{1}{\sin\frac{3\pi}{7}}$.