

Devoir de mathématiques n°2

Exercice 1

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples. Pour chaque question, cocher la ou les réponse(s) correcte(s). (Une réponse juste rapporte un point, une réponse erronée enlève un point)

1. Le 312^{ème} terme d'une suite arithmétique de raison 2,4 dont le premier terme est égal à -56 est :

686,7 690,4 692,8 684,3

2. La somme des 127 premiers termes d'une suite géométrique de raison 1,005 dont le premier terme est égal à 10 est arrondi à l'unité :

1825 1834 1752 1768

3. La valeur acquise d'un capital de 1500€ dans 13 ans à intérêts simples au taux annuel de 1,7% est en euros :

1867,51 1831,50 1204,81 1228,50

4. La valeur actuelle d'un capital de 2500€ dans 11 ans à intérêts composés au taux annuel de 2,3% est en euros :

3132,50 1995,21 3210,49 1946,74

5. Un taux mensuel de 0,2% avec intérêts composés est équivalent à un taux annuel de :

2,42% 2,4% 2,43% 2,47%

Exercice 2

Afin d'acquérir et d'aménager une boutique du centre ville, un investisseur décide de contracter un emprunt d'un montant de 100 000€. Dans le but d'obtenir les meilleures conditions pour ce prêt, il a contacté deux banques A et B.

1. La banque A lui propose de rembourser ce prêt sur 7 ans, en 7 annuités, chacune des annuités étant un des termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 15000$ € (montant du premier remboursement) et de raison $a = 1800$ €.

(a) Calculer le montant de chacun des trois versements suivants, notés u_1 , u_2 et u_3 .

(b) Quel est le montant du dernier versement, noté u_6 ?

(c) Quelle serait la somme totale finalement remboursée si l'investisseur acceptait la proposition de la banque A ?

2. La banque B lui propose également de rembourser ce prêt sur 7 ans en 7 versements mais à des conditions différentes de la banque A. Le premier remboursement annuel, noté v_0 serait d'un montant de 20 000€ ; les remboursements suivants notés v_1 , v_2 , v_3 , v_4 , v_5 et v_6 seraient chacun en augmentation de 2% par rapport au remboursement précédent.

(a) Calculer v_1 et v_2 .

(b) Préciser par quel calcul on passe de v_0 à v_1 , puis de v_1 à v_2 .

- (c) Montrer que $v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$ et v_6 sont les termes consécutifs d'une suite géométrique dont on donnera la raison b .
- (d) Quelle serait la somme totale finalement remboursée si l'investisseur acceptait la proposition de la banque B? (Donner la valeur arrondie à l'euro le plus proche)
- (e) Quelle banque offre à notre emprunteur la solution la plus avantageuse?

Exercice 3

- On place un capital de 2000€ à intérêts composés au taux mensuel de 0,7%.
 - Quelle est la valeur acquise au bout d'un mois? De deux mois?
 - Quelle est la valeur acquise au bout de n mois?
 - Quel est le taux d'évolution du capital au bout d'une année?
- Donner une valeur décimale arrondie à 10^{-5} près du nombre réel t_1 tel que $(1 + t_1)^{12} = 1,12$. Pour un placement annuel au taux de 12%, t_1 est le taux mensuel équivalent.
 - Donner une valeur décimale arrondie à 10^{-5} près du nombre réel t_2 tel que $(1 + t_2)^{12} = 1,03$. Pour un placement annuel au taux de 3%, t_2 est le taux mensuel équivalent.
 - Une publicité d'un organisme bancaire annonce : "Pour un placement d'un capital de 1000€ sur un an, le taux annuel est 12% sur les deux premiers mois puis 3% sur dix mois". Déterminer le taux d'évolution du capital sur un an.

Exercice 4

Partie A

On a pu lire dans le livre "Voici venu le temps du monde fini" d'Albert Jacquard l'affirmation suivante :

Un accroissement d'une population de 2% par an peut sembler bien faible, il correspond pourtant à un doublement en 35 ans, donc à un quadruplement en 70 ans, à une multiplication par 7 en moins d'un siècle.

Les affirmations de l'auteur sont-elles exactes? Justifier la réponse.

Partie B

- La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, donne la population mondiale en millions d'habitants :

	A	B	C	D	E
1	Année	Population	Taux d'évolution arrondi à 0,1%	n	u_n
2	1950	2500		0	2500
3	1960	3014	20,6%	1	
4	1970	3683	22,2%	2	
5	1980	4453	20,9%	3	
6	1990	5201		4	
7	2000	6080		5	

- Quelle formule faut-il écrire en C3 pour compléter la colonne C en recopiant cette formule vers le bas?
- Calculer le taux d'évolution global de la population mondiale entre les années 1950 et 2000. En déduire le taux décennal moyen entre les années 1950 et 2000.
 - On considère la suite géométrique u de premier terme $u_0 = 2500$ et de raison $q = 1,195$. Quelle formule, à recopier vers le bas, peut-on écrire en E3 pour calculer les termes de la suite u ?
 - Si l'on fait l'hypothèse que la population mondiale évoluera au même rythme au delà de l'an 2000, on peut estimer que la population mondiale de l'année $(1950 + 10n)$ sera environ égale au terme u_n de cette suite. Quelle population peut-on ainsi prévoir pour l'an 2010? Pour l'an 2050?
 - Par combien la population mondiale serait-elle ainsi multipliée en un siècle?