Correction du devoir maison de Mathématiques n°1

Exercice 1

1. (a) $x^2+2x-1=(x+1)^2-(\sqrt{2})^2=(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$.

   (b) $x^2-5x+6=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(x-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\right)=(x-3)(x-2)$.

   (c) $3x^2+2x-1=3\left[x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}\right]=3\left[\left(x+\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]=3\left(x+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)=$ $3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+1)$.

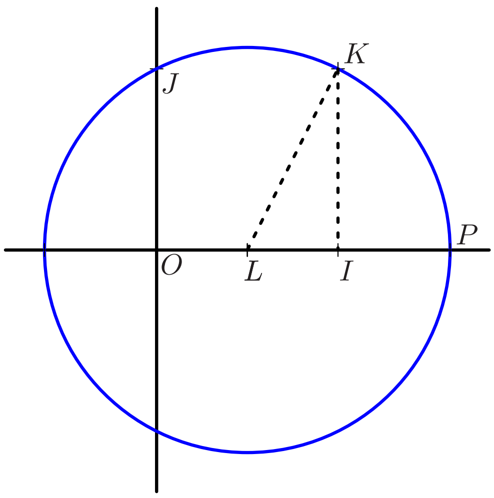
2. (a) On a $\Delta=(1)^2-4\times1\times(-2)=9>0$ donc l'équation admet deux solutions :
   $x_1=\frac{-1-\sqrt{9}}{2\times1}=-2$ et $x_2=\frac{-1+\sqrt{9}}{2\times1}=1$.

   (b) On a $\Delta=(-1)^2-4\times2\times(-3)=25>0$ donc l'équation admet deux solutions :
   $x_1=\frac{-(-1)-\sqrt{25}}{2\times2}=-1$ et $x_2=\frac{-(-1)+\sqrt{25}}{2\times2}=\frac{3}{2}$.

   (c) On a $\Delta=(1)^2-4\times1\times(-1)=5>0$ donc l'équation admet deux solutions :
   $x_1=\frac{-1-\sqrt{5}}{2\times1}=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2=\frac{-1+\sqrt{5}}{2\times1}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Exercice 2

1. La figure est la suivante :



2. On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle LIK rectangle en I :

$$LK^2=LI^2+IK^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+1^2=\frac{5}{4}$$

   On en déduit :

$$\phi=OP=OL+LP=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

3. On a :

$$\phi^2=\frac{1+2\sqrt{5}+5}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}=\phi+1$$

   On en déduit que ϕ est solution de l'équation du second degré $x^2-x-1=0$.