Études de fonctions

Exercice 1

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$, décroissante sur chacun des intervalles $[-2\ ;\ 0]$ et $[2\ ;\ 5]$ et croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 2]$.

On note f' sa fonction dérivée sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.

On donne la courbe (Γ) représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal. Elle passe par les points $A(-2\ ;\ 9)$, $B(0\ ;\ 4)$, $C(1\ ;\ 4,5)$, $D(2\ ;\ 5)$ et $E(4\ ;\ 0)$.

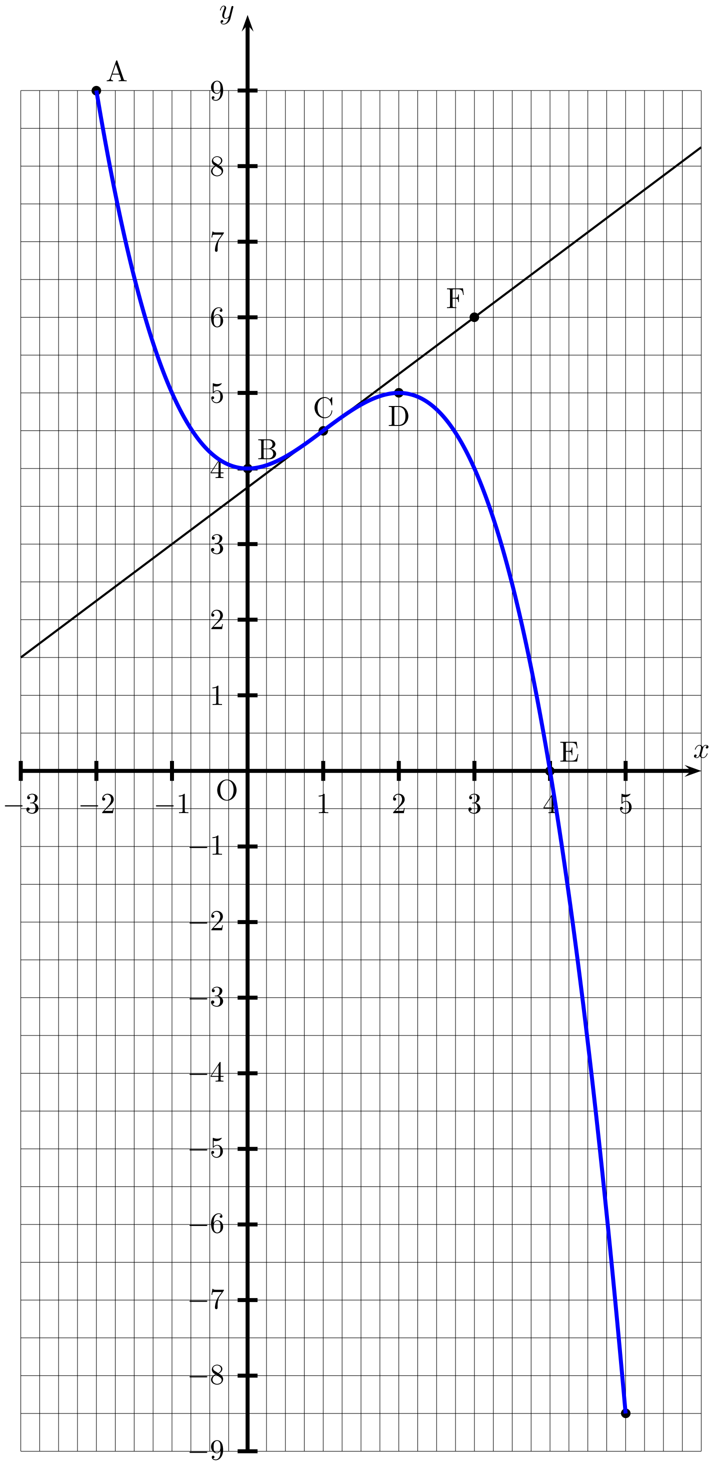
En chacun des points B et D. la tangente à la courbe (Γ) est parallèle à l'axe des abscisses.

On note F le point de coordonnées $(3\ ;\ 6)$.

La droite (CF) est la tangente à la courbe (Γ) au point C.

À l'aide des informations précédentes, déterminer sans justifier :

- le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.
- les valeurs de $f(0)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.
- le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.
- le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.



Exercice 2

On considère la fonction $f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 8}{x - 2}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Déterminer les intervalles sur lesquels la fonction f est dérivable et calculer sa dérivée.
3. En déduire les variations de la fonction f.
4. Étudier les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
5. Montrer que la courbe représentative de la fonction f admet une asymptote verticale.
6. Montrer que la droite d'équation $y = 2x - 3$ est une asymptote oblique en $+\infty$ et $-\infty$ à la courbe représentative de la fonction f.
7. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal. (on mettra en évidence les tangentes horizontales ainsi que les asymptotes)

Exercice 3

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 + 2}{x - 1}$ et on appelle $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f. Étudier ses limites aux bornes de cet ensemble. En déduire l'existence d'une asymptote verticale à la courbe $\mathcal{C}_f$.
2. Déterminer les intervalles sur lesquels la fonction f est dérivable puis calculer sa dérivée. En déduire les variations de la fonction f.
3. Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x - 1}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. En déduire l'existence d'une asymptote $\mathcal{D}$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$ et $-\infty$. Étudier la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{D}$.
4. Construire $\mathcal{C}_f$ en faisant apparaître ses asymptotes ainsi que ses tangentes horizontales.