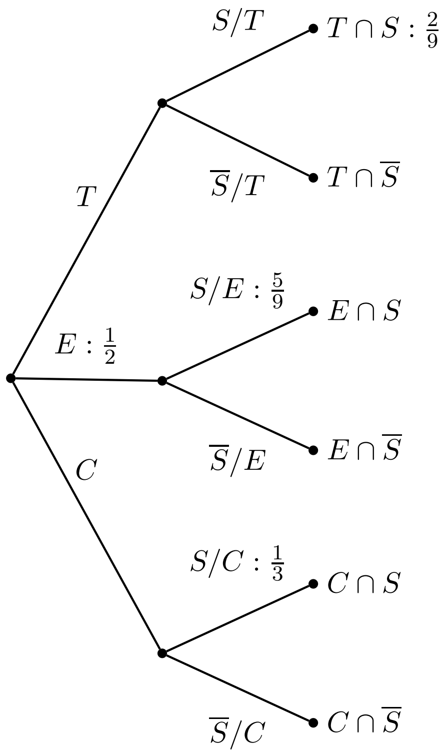
Correction du devoir maison de Mathématiques n°4

Exercice 1

1. On peut considérer l'arbre suivant :



2. On a :

$$P(E \cap S) = P(E) \times P_E(S) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{18}$$

3. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(C \cap S) = P(S) - P(T \cap S) - P(E \cap S) = \frac{5}{9} - \frac{2}{9} - \frac{5}{18} = \frac{1}{18}$$

4. On en déduit :

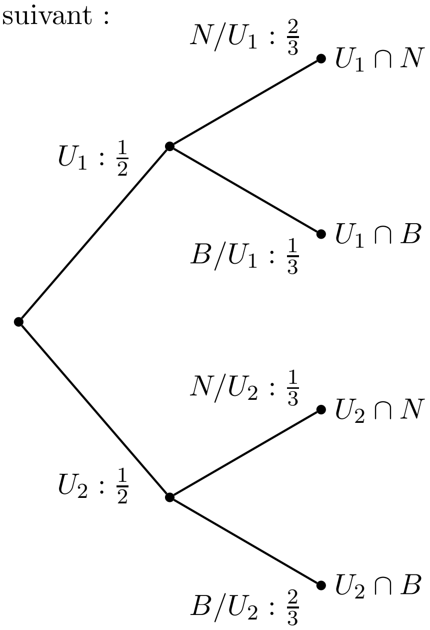
$$P(C) = \frac{P(C \cap S)}{P_C(S)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{18} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{6}$$

5. On a :

$$P_S(T) = \frac{P(T \cap S)}{P(S)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{5}{9}} = \frac{2}{9} \times \frac{9}{5} = \frac{2}{5}$$

Exercice 2

1. On peut considérer l'arbre suivant :



2. (a) On a :

$$P(U_1 \cap B) = P(U_1) \times P_{U_1}(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

(b) D'après la formule des probabilités totales :

$$P(B) = P(U_1 \cap B) + P(U_2 \cap B) = P(U_1 \cap B) + P(U_2) \times P_{U_2}(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

(c) On a :

$$P_B(U_1) = \frac{P(U_1 \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{3}$$

3. On a :

$$P(U_1) = \frac{1}{2} \quad ; \quad P(N) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad ; \quad P(U_1 \cap N) = P(U_1) \times P_{U_1}(N) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Les événements U_1 et N ne sont pas indépendants car $P(U_1) \times P(N) = \frac{1}{4} \neq P(U_1 \cap N)$.