Correction du devoir maison de Mathématiques n°7

Exercice 1

1.

$$\ln 2 - 3\ln 3 + 2\ln 5 = \ln\left(\frac{2\times 5^2}{3^3}\right) = \ln\left(\frac{50}{27}\right)$$

2.

$$\begin{aligned}
\ln(2-x) - 3 \leqslant 0 &\iff \ln\left(\tfrac{2-x}{e^3}\right) \leqslant 0 \\
&\iff \tfrac{2-x}{e^3} \leqslant 1 \quad \text{et} \quad 2-x>0 \\
&\iff 2-x \leqslant e^3 \quad \text{et} \quad x<2 \\
&\iff x \geqslant 2-e^3 \quad \text{et} \quad x<2 \\
&\iff 2-e^3 \leqslant x < 2 \\
&\iff x \in [2-e^3;2[
\end{aligned}$$

Exercice 2

1. $f(x)$ est défini pour $x+1 \neq 0$ et $x+1>0$, l'ensemble de définition de la fonction f est donc $]-1;+\infty[$.
2. Les fonctions rationnelles ainsi que la fonction ln sont dérivables sur leurs ensembles de définition, la fonction f est donc dérivable sur $]-1;+\infty[$ et :

$$f'(x) = 1 + \frac{6\times(x+1) - 6x\times 1}{(x+1)^2} - 5\times\frac{1}{x+1} = 1 + \frac{6}{(x+1)^2} - \frac{5}{x+1}$$

3. On a :

$$f'(x) = \frac{(x+1)^2 + 6 - 5(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+1+6-5x-5}{(x+1)^2} = \frac{x^2-3x+2}{(x+1)^2}$$

4. On en déduit les variations de la fonction f :

x	-1		1		2	
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	||	$\nearrow$	$4-5\ln 2$	$\searrow$	$6-5\ln 3$	$\nearrow$

5. La courbe représentative de la fonction f est la suivante :