

# Devoir maison de Mathématiques n°8

## Exercice 1

Calculer les intégrales  $I = \int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$  et  $J = \int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 1)^2} dx$ .

## Exercice 2

Lors d'une émission télévisée, les téléspectateurs sont appelés à envoyer des messages téléphoniques par SMS, pendant une durée de 5 minutes.

Pendant ces 5 minutes, les appels arrivent de façon continue, avec un débit variable en fonction du temps. Si  $x$  est le temps exprimé en minutes, le débit, exprimé en milliers d'appels par minute, est donné par la fonction  $f$  telle que :

- $f(x) = -4x^2 + 8x$  pour  $x \in [0 ; 1]$ .
- $f(x) = \ln x - x + 5$  pour  $x \in [1 ; 5]$ .

On appelle  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormal du plan.

On veut calculer le nombre total d'appels reçus pendant ces 5 minutes, et on admet que ce nombre d'appels est donné par  $\int_0^5 f(x) dx$ .

1. (a) Déterminer le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[1; 5]$ .  
(b) Construire la courbe  $(\mathcal{C})$  dans un repère orthonormal (unité 2cm).
2. (a) Donner une primitive de la fonction  $f$  sur  $[0; 1]$ .  
(b) Soient  $g$  et  $G$  les fonctions définies sur  $[1; 5]$  par  $g(x) = \ln x$  et  $G(x) = x \ln x - x$ . Montrer que  $G$  est une primitive de  $g$  sur  $[1; 5]$ .  
(c) Calculer le nombre total d'appels reçus pendant ces 5 minutes.
3. Calculer l'aire, exprimée en  $\text{cm}^2$ , du domaine plan limité par la courbe  $(\mathcal{C})$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 5$ .