

Emprunt à annuités constantes

Étude d'un exemple

On considère un emprunt à intérêts composés au taux annuel de 3% dont le remboursement s'échelonne en quatre annuités constantes de 1000 €.

1. Calculer la valeur actuelle de la première annuité.
2. Calculer la valeur actuelle des deuxième, troisième et quatrième annuités.
3. En déduire la somme empruntée.

Formule de calcul de l'annuité

On considère un emprunt de C euros à intérêts composés au taux annuel t dont le remboursement s'échelonne en n annuités constantes de A euros. On appelle a_k la valeur actuelle de la k^{eme} annuité.

1. Exprimer a_1 en fonction de A et t puis a_2 en fonction de A et t .
2. Exprimer a_k en fonction de A , t et k .
3. Montrer que la suite (a_k) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
4. En déduire que :

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = A \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1+t}\right)^n}{t}$$

5. En déduire finalement que :

$$A = C \times \frac{t}{1 - \left(\frac{1}{1+t}\right)^n}$$

Application

1. Calculer le montant de l'annuité pour un emprunt de 15000€ sur 5 ans à annuités constantes et à intérêts composés au taux annuel de 5%.
2. Calculer le montant de l'annuité pour un emprunt de 20000€ sur 7 ans à annuités constantes et à intérêts composés au taux annuel de 4,5%.