

Devoir de mathématiques n°2

Exercice 1

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples. Pour chaque question, quatre réponses sont proposées. Une seule des réponses proposées est correcte. On demande de cocher celle que vous pensez être correcte.

Chaque bonne réponse rapporte 1 point. Chaque réponse fausse retire 0,5 point. Une question sans réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

1. On place un capital de 1000 euros à 3% par an avec intérêts simples. Au bout de 10 ans le capital disponible est égal à :

<input type="checkbox"/> 1030€	<input type="checkbox"/> 1344€	<input type="checkbox"/> 1300€	<input type="checkbox"/> 3000€
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

2. La population d'une ville diminue de 2% par an. Sa population aura diminué de moitié dans :

<input type="checkbox"/> 15 ans	<input type="checkbox"/> 20 ans	<input type="checkbox"/> 25 ans	<input type="checkbox"/> 35 ans
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------

3. Un taux mensuel de 0,33% avec intérêts composés est équivalent à un taux annuel de :

<input type="checkbox"/> 4,03%	<input type="checkbox"/> 3,96%	<input type="checkbox"/> 3,88%	<input type="checkbox"/> 4,33%
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

4. La valeur actuelle d'un capital de 2500 euros dans 5 ans à intérêts composés au taux annuel de 4,5% est :

<input type="checkbox"/> 1938€	<input type="checkbox"/> 2006€	<input type="checkbox"/> 2150€	<input type="checkbox"/> 3115€
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

Exercice 2

On s'intéresse à l'évolution de la population d'une ville V et on veut étudier plusieurs modèles d'évolution. En 2005, la population de la ville V est estimée à 10000 habitants.

1. Première hypothèse de croissance

En analysant l'évolution récente, on fait d'abord comme hypothèse que la population de la ville va augmenter de 400 habitants par an. On note $u_0 = 10000$ la population en 2005, et u_n la population en $(2005 + n)$.

 - (a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
 - (b) Exprimer u_n en fonction de n .
 - (c) En quelle année la population atteindra-t-elle 20000 habitants ?

2. Deuxième hypothèse de croissance

On travaille avec l'hypothèse d'une augmentation de 5,5% par an. On note v_n la population en $(2005 + n)$. Nous avons alors $v_0 = 10000$.

 - (a) Quelle sera alors la population de la ville en 2006 ? en 2007 ?
 - (b) Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Exprimer v_n en fonction de n .
 - (c) Calculer la population de la ville en 2025.

En examinant l'évolution de villes comparables, des experts ont estimé que la population de la ville V considérée allait tripler en 20 ans.
 - (d) Le résultat trouvé en 2.c vous paraît-il correspondre à ce que pensaient les experts ?

Exercice 3

Monsieur Guillaume, artisan menuisier, désire acquérir une machine en 2005. Au 1^{er} janvier 2001, il a placé la somme de 15000 euros, à intérêts composés au taux annuel de 6,75%. On note u_n le capital, exprimé en euros, disponible au 1^{er} janvier de l'année 2001 + n .

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 (arrondir à l'unité près).
2. Montrer qu'il ne disposera pas au 1^{er} janvier 2005 de la somme nécessaire à l'acquisition de la machine si le prix de celle-ci est estimé à 21500 euros. Quelle somme lui manquera-t-il ? (arrondir à 100 euros près).
3. Déterminer la somme, exprimée en euros, qu'il aurait du placer au 1^{er} janvier 2001 pour disposer du capital nécessaire à l'achat de la machine au 1^{er} janvier 2005 (arrondir la somme à 10 euros près).

Exercice 4

Le 01/01/2006, un nouvel employé dans une entreprise se voit proposer deux formules pour l'évolution de son salaire mensuel : dans la formule A, il est augmenté tous les ans, au 1^{er} janvier, de 20 euros ; dans la formule B, il est augmenté tous les ans, au 1^{er} janvier, de 1,5%. Son salaire mensuel initial durant l'année 2006 est de 1300 euros. On note u_n (resp. v_n) le salaire annuel selon la formule A (resp. B) durant l'année 2006 + n .

1. Expliquer pourquoi, en 2006, on a : $u_0 = v_0 = 15600$.
2. Expliquer pourquoi, en 2007, on a : $u_1 = 15840$; $v_1 = 15834$.
3. Donner, en justifiant la réponse, la nature des deux suites étudiées. Préciser la raison pour chacune de ces deux suites.
4. Exprimer u_n et v_n en fonction de n .
5. Calculer et comparer les deux formules en 2016 puis en 2026 (arrondir les résultats au centime d'euro).
6. Cet employé partira à la retraite au bout de 42 années complètes de travail dans cette entreprise. Il décide de calculer combien il aurait gagné d'argent dans toute sa carrière.

On appelle S_n et T_n les sommes des termes des deux suites étudiées définies par :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n \quad \text{et} \quad T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

Calculer combien l'employé aurait gagné dans toute sa carrière selon chacune des formules A et B.

Exercice 5

Sur un site Internet, on peut consulter le tableau suivant.

Indicateur des taux fixes pour un prêt immobilier.

	15 ans	20 ans	25 ans
Taux A	3,65%	3,70%	3,85%
Taux B	3,85%	3,90%	4,05%
Taux C	4%	4,05%	4,20%

On rappelle que le montant a , en euros, de chacune des n annuités dans le cas d'un emprunt à annuités constantes de E euros, avec un intérêt annuel de i est :

$$a = E \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Monsieur Durand et Monsieur Felix souhaitent emprunter 100000 euros pour acheter un appartement.

1. (a) Monsieur Durand choisit le taux A sur 15 ans, calculer le montant de l'annuité, le montant de la mensualité, le coût total du crédit.
(b) Monsieur Felix choisit le taux B sur 20 ans, calculer le montant de l'annuité, le montant de la mensualité, le coût total du crédit.
2. Monsieur Durand gagne 2250 euros par mois et Monsieur Felix gagne 2100 euros par mois. La banque refuse le dossier si la mensualité dépasse 30% du salaire mensuel.
(a) Déterminer la ou les personnes pour qui le dossier sera refusé.
(b) Pour la ou les personne(s) refusée(s), proposer une solution qui soit acceptée par la banque.