

Devoir de mathématiques n°3

Exercice

Madame Maréchal tient une librairie pour la jeunesse. Une grande partie de sa clientèle lit des romans ou des bandes dessinées (BD). Pour approvisionner son rayon, cette librairie a besoin d'au moins 50 romans et 20 BD, mais ne peut dépasser les 180 ouvrages au total.

La place nécessaire, en moyenne, est de 3 cm pour un roman et de 2 cm pour une BD. Madame Maréchal ne dispose que de 4,80 m de longueur d'étagères pour ces ouvrages.

On note x le nombre de romans et y le nombre de BD en rayonnage.

1. Montrer que les contraintes de l'énoncé peuvent se traduire par le système d'inéquations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 50 \\ y \geq 20 \\ x + y \leq 180 \\ 3x + 2y \leq 480 \end{array} \right.$$

où x et y sont des entiers naturels.

2. À tout couple $(x; y)$ on associe le point M de coordonnées $(x; y)$ dans le repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 1 cm pour 10 unités. Déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x; y)$ dont les coordonnées vérifient les contraintes (*on hachurera la zone ne convenant pas*). Cet ensemble est l'intérieur d'un quadrilatère. On déterminera par le calcul les coordonnées des sommets de ce quadrilatère.
3. Madame Maréchal réalise un bénéfice de 0,5€ par roman et de 0,4€ par BD. Elle désire connaître le nombre de romans et de BD pour obtenir un bénéfice maximal dans l'hypothèse où elle vend la totalité de ses ouvrages.
 - (a) Exprimer son bénéfice B en fonction de x et y .
 - (b) Tracer les droites (\mathcal{D}_1) et (\mathcal{D}_2) correspondant respectivement à un bénéfice B_1 de 100€ et à un bénéfice B_2 de 80€. Justifier que ces droites sont parallèles.
 - (c) À l'aide du graphique, déterminer alors le nombre de romans et le nombre de BD que Madame Maréchal doit avoir en rayon pour obtenir un bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice.