

## Devoir de mathématiques n°4

**Exercice 1**

Un jeu consiste à gratter trois cases placées côte à côte. Sur chacune de ces cases peut apparaître un et un seul des symboles suivants :

♥ , ♦ et ♠ .

On appellera "figure" le triplet obtenu après grattage.

1. Montrer que le nombre de "figures" possibles est de 27. (on pourra s'aider d'un arbre)
2. (a) Quel est le nombre de "figures" où les trois symboles sont identiques ?  
(b) Quel est le nombre de "figures" où les trois symboles sont tous différents ?
3. On admet que les "figures" apparaissent avec la même probabilité. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants (les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles) :
  - $A$  : "les trois cases portent le symbole ♥";
  - $B$  : "les trois cases portent le même symbole";
  - $C$  : "les trois cases portent des symboles tous différents";
  - $D$  : "exactement deux des cases portent des symboles identiques";
  - $E$  : "deux au moins des cases portent des symboles identiques".

**Exercice 2**

Dans une partie du monde, on estime que 15% de la population est contaminée par un virus X. La stratégie de dépistage met en place un test de dépistage qui devrait être négatif si la personne n'est pas contaminée et positif si la personne est contaminée.

On a observé les résultats suivants :

- quand la personne est contaminée par le virus X, le test est positif dans 99,6% des cas.
- quand la personne n'est pas contaminée par ce virus, le test est négatif dans 97,6% des cas.

1. En considérant une population de 10 000 personnes observées, reproduire et compléter le tableau suivant :

|              | Nombre de personnes contaminées | Nombre de personnes non contaminées | Total  |
|--------------|---------------------------------|-------------------------------------|--------|
| Test positif |                                 |                                     |        |
| Test négatif |                                 |                                     |        |
| Total        |                                 |                                     | 10 000 |

Dans les questions suivantes, les probabilités seront données à  $10^{-4}$  près. Pour les questions 2, 3 et 4 on choisit au hasard une personne de cette population, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies.

2. On considère les événements :
  - $A$  : "La personne est contaminée par le virus X";
  - $B$  : "La personne a un test positif".
 Calculer la probabilité de chacun des événements  $A$  et  $B$ .
3. Calculer la probabilité que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test positif.
4. (a) Calculer la probabilité que la personne ne soit pas contaminée par le virus X et ait un test positif.  
(b) Calculer la probabilité que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test négatif.  
(c) Calculer la probabilité que le test donne un résultat faux.
5. Quelle est la probabilité qu'une personne soit contaminée par le virus X sachant qu'elle a un test négatif ?

### Exercice 3

Dans une station balnéaire on a interrogé 600 touristes, français ou étrangers, sur leur séjour. Tous ont répondu être, soit au camping, soit à l'hôtel, soit en location.

- 10% des touristes sont logés à l'hôtel,
- 40% des touristes étrangers sont dans un camping,
- 40% des touristes étrangers ont choisi une location,
- il y a deux fois plus de touristes français en camping qu'en location.

1. (a) Sachant que 48 touristes étrangers sont à l'hôtel, montrer que le nombre de touristes étrangers interrogés est 240. En déduire le nombre de touristes français interrogés.
- (b) Montrer que le nombre de touristes français en location est 116.
- (c) Montrer que le nombre de touristes en camping est 328.
- (d) Reproduire et compléter le tableau suivant :

|           | Camping | Location | Hôtel | Total |
|-----------|---------|----------|-------|-------|
| Français  |         |          |       |       |
| Étrangers |         |          | 48    |       |
| Total     |         |          |       | 600   |

2. Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

On choisit au hasard une personne parmi les 600 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements :

- $A$  : "La personne interrogée est un touriste étranger".
- $B$  : "La personne interrogée séjourne dans un camping".
- $C$  : "La personne interrogée est un touriste étranger et séjourne dans un camping".

- (a) Calculer les probabilités  $p(A)$  et  $p(B)$  des événements  $A$  et  $B$ .
- (b) Calculer la probabilité  $p(C)$  de l'événement  $C$ .
- (c) Calculer la probabilité  $p(A \cup B)$  de l'événement  $A \cup B$ .
- (d) On sait que la personne interrogée est en location. Calculer la probabilité qu'elle soit un touriste français.

### Exercice 4

On considère deux urnes, la première contient deux boules noires et une boule blanche et la seconde une boule noire et deux boules blanches. On choisit une urne au hasard et on tire une boule dans cette urne.

On considère les événements :

- $U_1$  : "la boule tirée provient de la première urne";
- $U_2$  : "la boule tirée provient de la seconde urne";
- $N$  : "la boule tirée est noire";
- $B$  : "la boule tirée est blanche".

1. Construire un arbre représentant cette expérience aléatoire en faisant figurer les probabilités associées aux différentes branches.
2. (a) Calculer la probabilité que la boule tirée soit blanche et provienne de la première urne.
- (b) Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.
- (c) Calculer la probabilité que la boule provienne de la première urne sachant qu'elle est blanche.
3. Les événements  $U_1$  et  $N$  sont-ils indépendants ?