

Devoir de mathématiques n°4

Exercice 1

Un jeu consiste à gratter trois cases placées côte à côte. Sur chacune de ces cases peut apparaître un et un seul des symboles suivants :

♣ , ◇ et ♥ .

On appellera "figure" le triplet obtenu après grattage.

1. Montrer que le nombre de "figures" possibles est de 27. (on pourra s'aider d'un arbre)
2. (a) Quel est le nombre de "figures" où les trois symboles sont identiques ?
(b) Quel est le nombre de "figures" où les trois symboles sont tous différents ?
3. On admet que les "figures" apparaissent avec la même probabilité. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants (les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles) :
 - A : "les trois cases portent le symbole ◇";
 - B : "les trois cases portent le même symbole";
 - C : "les trois cases portent des symboles tous différents";
 - D : "exactement deux des cases portent des symboles identiques";
 - E : "deux au moins des cases portent des symboles identiques".

Exercice 2

Dans une partie du monde, on estime que 15% de la population est contaminée par un virus X. La stratégie de dépistage met en place un test de dépistage qui devrait être négatif si la personne n'est pas contaminée et positif si la personne est contaminée.

On a observé les résultats suivants :

- quand la personne est contaminée par le virus X, le test est positif dans 99,8% des cas.
- quand la personne n'est pas contaminée par ce virus, le test est négatif dans 97,8% des cas.

1. En considérant une population de 10 000 personnes observées, reproduire et compléter le tableau suivant :

	Nombre de personnes contaminées	Nombre de personnes non contaminées	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			10 000

Dans les questions suivantes, les probabilités seront données à 10^{-4} près. Pour les questions 2, 3 et 4 on choisit au hasard une personne de cette population, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies.

2. On considère les événements :
 - A : "La personne a un test positif".
 - B : "La personne est contaminée par le virus X";
 Calculer la probabilité de chacun des événements A et B .
3. Calculer la probabilité que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test positif.
4. (a) Calculer la probabilité que la personne ne soit pas contaminée par le virus X et ait un test positif.
(b) Calculer la probabilité que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test négatif.
(c) Calculer la probabilité que le test donne un résultat faux.
5. Quelle est la probabilité qu'une personne soit contaminée par le virus X sachant qu'elle a un test négatif ?

Exercice 3

Dans une station balnéaire on a interrogé 900 touristes, français ou étrangers, sur leur séjour. Tous ont répondu être, soit au camping, soit à l'hôtel, soit en location.

- 10% des touristes sont logés à l'hôtel,
- 40% des touristes étrangers sont dans un camping,
- 40% des touristes étrangers ont choisi une location,
- il y a deux fois plus de touristes français en camping qu'en location.

1. (a) Sachant que 72 touristes étrangers sont à l'hôtel, montrer que le nombre de touristes étrangers interrogés est 360. En déduire le nombre de touristes français interrogés.
- (b) Montrer que le nombre de touristes français en location est 174.
- (c) Montrer que le nombre de touristes en camping est 492.
- (d) Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Camping	Location	Hôtel	Total
Français				
Étrangers			72	
Total				900

2. Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

On choisit au hasard une personne parmi les 900 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements :

- A : "La personne interrogée séjourne dans un camping".
- B : "La personne interrogée est un touriste français".
- C : "La personne interrogée est un touriste français et séjourne dans un camping".

- (a) Calculer les probabilités $p(A)$ et $p(B)$ des événements A et B .
- (b) Calculer la probabilité $p(C)$ de l'événement C .
- (c) Calculer la probabilité $p(A \cup B)$ de l'événement $A \cup B$.
- (d) On sait que la personne interrogée est en location. Calculer la probabilité qu'elle soit un touriste étranger.

Exercice 4

On considère deux urnes, la première contient une boule noire et deux boules blanches et la seconde deux boules noires et une boule blanche. On choisit une urne au hasard et on tire une boule dans cette urne.

On considère les événements :

- U_1 : "la boule tirée provient de la première urne";
- U_2 : "la boule tirée provient de la seconde urne";
- N : "la boule tirée est noire";
- B : "la boule tirée est blanche".

1. Construire un arbre représentant cette expérience aléatoire en faisant figurer les probabilités associées aux différentes branches.
2. (a) Calculer la probabilité que la boule tirée soit blanche et provienne de la première urne.
- (b) Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.
- (c) Calculer la probabilité que la boule provienne de la première urne sachant qu'elle est blanche.
3. Les événements U_1 et N sont-ils indépendants ?