

## Devoir de Mathématiques n°5

## Problème

Une entreprise de menuiserie produit et vend des tables. L'objectif de ce problème est de comparer les recettes et les coûts provoqués par cette activité. On note  $x$  le nombre de tables fabriquées chaque semaine,  $x$  étant un nombre entier compris entre 3 et 12. Le coût total de production de ces  $x$  tables, exprimé en centaines d'euros, est donné par :

$$C_T(x) = 0,25x^2 + x + 20,25$$

## Partie A - Étude de fonction

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[3; 12]$  par :

$$f(x) = 0,25x^2 + x + 20,25$$

Pour tout entier  $x$  de l'intervalle  $[3; 12]$ , on a :  $C_T(x) = f(x)$ .

1. Calculer  $f'(x)$ , où  $f'$  désigne la dérivée de la fonction  $f$ . Montrer que la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[3; 12]$ .
2. Reproduire et compléter le tableau suivant :

$x$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$							49,5			

3. Tracer le représentation graphique  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal avec pour unités en abscisses 1cm pour 1 et en ordonnées 1cm pour 5.

## Partie B - Recherche d'un prix de vente

Toutes les tables fabriquées sont vendues et l'entreprise doit fixer le prix de son produit. On note  $R(x)$  la recette, en centaines d'euros, occasionnée par la vente de  $x$  tables.

1. La première proposition est un prix de 550 euros par table.
  - (a) Calculer  $R(10)$  dans ce cas.
  - (b) Donner l'expression de  $R(x)$  en fonction de  $x$ .
  - (c) À l'aide de la question 2 de la partie A, expliquer pourquoi ce prix de vente ne peut pas convenir sur le plan commercial.
2. La seconde proposition est un prix unitaire de 630 euros.
  - (a) Calculer  $R(x)$  dans ce cas.
  - (b) Représenter sur le graphique précédent la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = 6,3x$ .
  - (c) En déduire graphiquement, en justifiant la réponse, les valeurs entières de  $x$  appartenant à l'intervalle  $[3; 12]$  pour lesquelles la recette sera strictement supérieure au coût total.
3. On se propose de déterminer le nombre de tables fabriquées et vendues pour avoir un bénéfice maximum.
  - (a) Montrer que l'expression du bénéfice est :

$$B(x) = -0,25x^2 + 5,3x - 20,25$$

- (b) Calculer  $B'(x)$  où  $B'$  désigne la dérivée de la fonction  $B$ . En déduire les variations de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[5; 12]$  en précisant les valeurs extrêmes de  $B(x)$ .
- (c) En déduire la valeur de  $x$  qui procure un bénéfice maximum. On pourra calculer  $B(10)$  et  $B(11)$ .